StudForsk prosjekt: Algebraer med endelig mange τ-rigide moduler

ASLAK BAKKE BUAN

Bakgrunn

En (endeligdimensjonal) k-algebra R over en kropp k er et (endeligdimensjonalt) vektorrom som i tillegg har multiplikativ struktur slik at vi får en ring.

La M være en R-modul over en k-algebra R. Da sies M å være *ikke-dekomponerbar*, dersom det ikke finnes undermoduler $M_1 \neq 0$ og $M_2 \neq 0$, slik at $M = M_1 \oplus M_2$.

For visse typer k-algebraer er det mulig å klassifisere alle (isomorfiklasser av) ikke-dekomponerbare moduler. Algebraen sies å være av endelig type, dersom det bare finnes endelig mange slike. Er R_n algebraen av nedre triangulære $n \times n$-matriser over k, kan man vise at det finnes nøyaktig $n(n+1)/2$ ikke-dekomponerbare R-moduler (opp til isomorfi), og man kan beskrive alle disse eksplisitt.

For de fleste algebraer er det imidlertid umulig å beskrive alle ikke-dekomponerbare moduler, og det er også ingen kjent metode for å finne ut om det er endelig mange av dem.

Ofte ser vi i stedet på interessante delmengder av ikke-dekomponerbare moduler. F.eks. simple moduler, projektive moduler, injektive moduler, ekspesjonelle moduler...

I denne oppgaven ser vi på en klasse moduler som i det siste har dukket opp i mange sammenhenger, disse kalles *τ-rigide moduler.*

Gitt en ikke-dekomponerbar modul M, er τM er ny modul, se https://en.wikipedia.org/wiki/Auslander-Reiten_theory. Modulen M kalles τ-rigid dersom $\mathrm{Hom}(M, \tau M) = 0$, altså: det finnes ingen ikke-trivielle avbildninger mellom M og τM. Det er alltid bare tellbart mange slike moduler over en gitt endeligdimensjonal algebra. En algebra kalles τ-endelig om det bare er endelig mange. Det er en del kjente slike klasser av algebraer.

Oppgave

Oppgaven vil gå ut på å:

(1) Prøve å finne nye algebraer med bare endelig mange τ-rigide moduler.
(2) Prøve å klassifisere alle τ-rigide moduler for noen kjente (og evt. nye) klasser av algebraer med denne egenskapen.

Det kan være aktuelt å bruke programpakken QPA, se
https://www.gap-system.org/Packages/qpa.html
som alternativ til å regne for hånd. Det vil være mest aktuelt å regne med *veilalgebraer* og moduler (også kjent som *representasjoner*) av slike, se
https://en.wikipedia.org/wiki/Quiver_(mathematics)

Forkunnskaper

Må ha fullført MA3201 Ringer og moduler, fordel også å ha fullført MA3203 Ringteori. MA3204 Homologisk algebra er relevant, ta gjerne dette samtidlig.

Arbeidsmengde

Ca. 100 timer

1. Veiledning

Kontakt Aslak Bakke Buan (aslak.buan@ntnu.no)