Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Siri-Malén Høynes
73597782, mobil 90829270

Bokmål

Fasit - det står en sort prikk bak riktig svar. (NB! Rekkefølgen på oppgavesettene varierte).

Merk at det faktisk er 21 korrekte svar, men det er bare en fordel for studentene! (Man hadde oversett at Oppgave 3 har tre (!) korrekte svar).

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

15. oktober 2009
Tid: 12.15 – 13.45

Hjelpemidler: Alle.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1

Dersom universalmengden er de hele tall $\mathbf{Z}$, hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\exists n \exists m (n^2 + m^2 = 6)$

Alt 2) $\exists n \forall m (n < m^2)$ •

Alt 3) $\forall n \forall m \exists p (p = \frac{m+n}{2})$

Alt 4) $\exists n \forall m (n + m = 2m - n)$

Oppgave 2

Hvilke av følgende utsagn er en tautologi?

Alt 1) $\neg[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

Alt 2) $[\neg q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow p$

Alt 3) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg q$

Alt 4) $[\neg p \rightarrow (\neg q \wedge q)] \rightarrow p$ •

Oppgave 3

Hvilke av følgende mengde-teoretiske utsagn er riktige?

Alt 1) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ •

Alt 2) $\{7\} \in \{1, 3, 7\}$

Alt 3) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ •

Alt 4) $\emptyset \subseteq \{1, 3, 7\}$ •

Oppgave 4

Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ er surjektive (”på”)?

Alt 1) $f(m, n) = m^2 + n^2$

Alt 2) $f(m, n) = |n|$

Alt 3) $f(m, n) = m - n$ •

Alt 4) $f(m, n) = 3m - 6n$

Oppgave 5

Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ er $\mathcal{O}(x^2)$?

Alt 1) $f(x) = x^2 \log(|x| + 1)$

Alt 2) $f(x) = x \sin x - 2$ •

Alt 3) $f(x) = 3x^3 - x^2$

Alt 4) $f(x) = \frac{x^6+3x-1}{x^2+1}$

Oppgave 6

Hvilke av følgende tall kan skrives på formen $437a + 161b$ for passende $a, b \in \mathbf{Z}$?

Alt 1) 19

Alt 2) 17

Alt 3) 23 •

Alt 4) 46 •

Oppgave 7

Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(2939)_{10}$? [Vi bruker symbolene A, B, C, D, E, F til å betegne henholdsvis $10, 11, 12, 13, 14, 15$]

Alt 1) $B7B$ •

Alt 2) $CD3$

Alt 3) $9ED$

Alt 4) $3F4$

Oppgave 8

Hva er koeffisienten til y^{100} i ekspansjonen av $(2-3y)^{201}$?

Alt 1) $-\binom{201}{101}2^{101}3^{100}$

Alt 2) $\binom{201}{100}2^{101}3^{100}$ •

Alt 3) $\binom{201}{101}2^{101}3^{100}$ •

Alt 4) $\binom{201}{101}2^{100}3^{101}$

Oppgave 9

Hvor mange binære strenger av lengde fem inneholder minst tre $0'$er?

Alt 1) 10

Alt 2) 15

Alt 3) 5

Alt 4) 16 •

Oppgave 10

Er følgen $\{a_n\}$ nedenfor en løsning til rekurrensrelasjonen

$$a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2}\ ;\ n \geq 2?$$

Alt 1) $a_n = 0\ ;\ n \geq 0$ •

Alt 2) $a_n = 1\ ;\ n \geq 0$

Alt 3) $a_n = 2^n\ ;\ n \geq 0$

Alt 4) $a_n = 4^n\ ;\ n \geq 0$ •

Oppgave 11

Hvilke av følgende forsøk på rekursivt definerte funksjoner $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Z}$ er <u>ikke</u> veldefinerte?

Alt 1) $f(0) = 1,\ f(n) = f(n-1) - 1$ for $n \geq 1$

Alt 2) $f(0) = 0,\ f(n) = 2f(n-2)$ for $n \geq 1$ •

Alt 3) $f(0) = 2,\ f(1) = 3,\ f(n) = f(n-1) - 1$ for $n \geq 2$

Alt 4) $f(0) = 1,\ f(n) = f(n-1)$ for $n \geq 1$

Oppgave 12

Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}\ ;\ n \geq 2,\ \text{med initialbetingelsene } a_0 = 1, a_1 = 0?$$

Hva er a_8?

Alt 1) -3989

Alt 2) -37830

Alt 3) -12354 •

Alt 4) -1266

Oppgave 13

Hva er løsningen til rekurrensrelasjonen

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}\ ;\ n \geq 2,\ \text{med initialbetingelsene } a_0 = 6, a_1 = 8?$$

Alt 1) $a_n = (6 - 4n)4^n$

Alt 2) $a_n = (4 - 2n)2^n + 2(n + 1)$

Alt 3) $a_n = (6 - 2n)2^n$ •

Alt 4) $a_n = (6 - 2n)2^n + n(n - 1)$

Oppgave 14

Hvilke av følgende er invers til 4 modulo 9?

Alt 1) -92 •

Alt 2) -18

Alt 3) 107

Alt 4) 8

Oppgave 15

La a være et primtall og la $b \in \mathbf{Z}^+$ slik at a ikke er en divisor i b. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) Det finnes $\alpha, \beta \in \mathbf{Z}$ slik at $\alpha a + \beta b = 7$ •

Alt 2) $a^{b-1} \equiv 1 \pmod{b}$

Alt 3) Ligningen $ax \equiv 4 \pmod{b}$ har en løsning $x \in \mathbf{Z}^+$ •

Alt 4) $a^b \equiv a \pmod{b}$