Kombinatrikk – en kort oversikt over noen konsepter fra boka.

Kombinatorikk/telleresultater

(4) *Utvalg* med repetisjoner
$\binom{n+r-1}{r}$

(2) *Utvalg* uten repetisjoner
$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

(1) *Permutasjoner* uten repetisjoner
$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

(3) *Permutasjoner* med repetisjoner
n^r

(5) *Permutasjoner* av ikke-distinkte objekter
$\binom{n}{n_1}\binom{n-n_1}{n_2}\cdots\binom{n-n_1-n_2-\cdots-n_{r-1}}{n_r} = \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_r!}$

(6) *Fordeling* av objekter i bokser: (a) Distinkte objekter i distinkte bokser. (b) Ikke-distinkte objekter i distinkte bokser. (c) Distinkte objekter i ikke-distinkte bokser. (d) Ikke-distinkte elementer i ikke-distinkte bokser

Forklaringer til oversikten

Permutasjoner, rekkefølgen spiller en rolle. Tenk underlister, plassering av objekter på bestemte plasser. Formelen i (1) beskriver antall r permutasjoner av n objekter, og i (3) antall r permutasjoner av n typer/sorter.

Kombinasjoner/Utvalg/Utplukk, rekkefølgen spiller ingen rolle. Tenk undermengder. Formelen (2) beskriver antall utvalg av r objekter fra n objekter, og (4) beskriver antall utvalg av r objekter fra n typer/sorter.

Uten repetisjoner, velger fra mengde med distinkte objekter, objektene kan skilles fra hverandre.

Med repetisjoner, velger blant typer/sorter, for eksempel velger blant *appelsiner, bananer, kivi.* Vi så bare på eksempler hvor vi hadde mange nok av hver type/sort.

Permutajoner av ikke-distinkte objekter, formelen i (5) beskriver antall permutasjoner av n objekter, hvor n_1 objekter hører til sort 1, n_2 objekter til sort 2 osv.

Fordeling av objekter i bokser. Distinkte objekter kan vi skille fra hverandre og dermed gi merkelapper som $A, B, C, \ldots$. *Ikke-distinkte* objekter er ikke mulig å skille fra hverandre og må ofte benevnes med antall. Noen eksempler:

(a) *Distinkte objekter i distinkte bokser*, vi deler ut 52 kort til fire spillere, antall mulige "hender" er $\binom{52}{5}\binom{47}{5}\binom{42}{5}\binom{37}{5} = \frac{52!}{5!5!5!5!32!}$. Men dette er like mange som antall permutasjoner av 52 ikke-distinkte objekter, hvor det er 5 objekter av sort 1, 2, 3, 4 og 32 objekter av sort 5. Denne 1–1 korrespondansen holder generelt, og kan vises med å legge kortene utover, nummerere dem fra 1 til 52, farge kortene spiller a rød, spiller b blå, osv, deretter sende røde kort til sort 1, blå til sort 2, osv, de resterende kortene sendes til sort 5. Sjekk at dette er en 1–1 korrespondanse.

(b) *Ikke-distinkte objekter i distinkte bokser*, vi putter fem røde baller i tre bokser A, B og C. Definer en 1–1 korrespondanse utvalg av fem objekter blant tre sorter ved å sende objektene i boks A til stjerner foran staven tilhørende sort A osv. Denne sammenhengen holder også generelt.

(c) *Distinkte objekter i ikke-distinkte bokser*, vi vil fordele A, B og C i to bokser vi ikke kan se forskjell på. Her må vi bare prøve oss fram og ser at mulighetene må bli $\{\{A,B,C\}\}$ (alle i samme boks), eller $\{\{A,B\},\{C\}\}$, $\{\{A,C\},\{B\}\}$, $\{\{B,C\},\{A\}\}$ (to i samme boks og en i den siste), tilsammen fire muligheter. Ingen generell formel finnes.

(d) *Ikke-distinkte objekter i ikke-distinkte bokser*, vi fordeler nå tre objekter i to bokser (ikke ulikt (c), men nå ser vi *ikke* forskjell på A, B og C). Fra eksempelet over ser vi dermed at det finnes to muligheter, alle i samme boks, eller to i en boks og en i den andre. Disse tilfellene tilsvarer å skrive n (antall ikke-distinkte objekter) som en sum av $j \leq r$ (r er antall ikke-distinkte bokser) positive heltall $a_1 \geq a_2 \geq \cdots \geq a_j$, altså $n = a_1 + a_2 + \cdots + a_j$, nemlig antall *partisjoner* av n i $j \leq r$ deler, ingen generell formel finnes.