



Faglig kontakt under eksamen:  
Alexei Rudakov 73 59 16 95

## EKSAMEN I FAG SIF5015 DISKRET MATEMATIKK

Torsdag 5. august 1999

Tid: 0900-1400

Hjelpemidler:

Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.

Godkjent kalkulator tillatt. Hver gang du gjør en beregning med kalkulatoren, noter dette i teksten.

Sensurfrist 1999.

**Oppgave 1** Det er kjent at prinsessen ( $P$ ) er i et av de fire rommene og at det er en tiger ( $T$ ) i hvert av de andre rommene. På døren til hvert rom står en tekst:

1:  $P$  er enten her, eller i rom 3.

2: Hvis  $P$  er her, da er teksten på døren til rom 3 usann.

3:  $T$  er i rom 1, og  $T$  er i rom 4.

4: Hvis  $T$  er her, da er  $P$  i rom 2.

Det er kjent at en av tekstene er usanne og at tre er sanne. Hvor er prinsessen?

Forklar hvordan du kom til svaret.

**Oppgave 2** Et datamaskinpassord består av 6 symboler, og symbolene er enten bokstaver fra det norske alfabetet (29 stk) eller desimale siffer (0,1,...,9) eller tegnet “+” (pluss). Hvor mange passord er det med egenskapen:

(det er nøyaktig 3 bokstaver)  $\vee$  (det er nøyaktig 2 siffer).

Begrunn svaret ditt.

**Oppgave 3** En følge av tall er definert ved regelen:

$$a(n) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i (2j-1) \right)^2 \quad \text{for } n \geq 2.$$

Beregn  $a(2), a(3)$ . Finn tallet  $q$  slik at  $a(n) = \Theta(n^q)$ . Bevis at

$$\frac{n^q}{6} \leq a(n) \leq n^q \quad \text{for } n \geq 2.$$

**Oppgave 4** Finn alle løsninger av systemet:

$$\begin{cases} 48x - 3y \equiv 1 \\ 3x + 45y \equiv 3 \end{cases} \pmod{25}$$

Skriv ned alle positive løsninger  $(x, y)$  som også tilfredsstill

$$120 \leq x + y \leq 150.$$

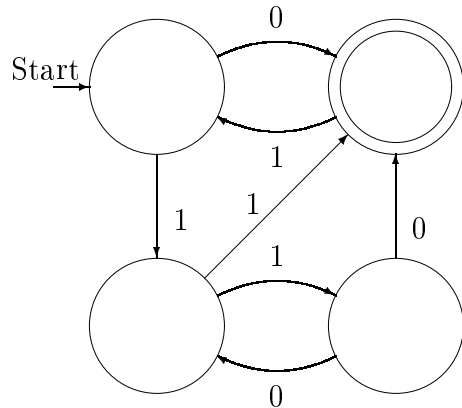
**Oppgave 5** Relasjonen  $Q$  på  $X = \{1, 2, \dots, 11\}$  defineres ved regelen:

$$Q = \{(a, b) \mid a + 2b \equiv 0 \pmod{11}\}.$$

La  $R$  være den transitive lukningen av  $Q$ .

Vis at  $R$  er en ekvivalensrelasjon. Finn alle ekvivalensklassene til  $R$ . Forklar hvordan du fant ekvivalensklassene.

**Oppgave 6** Lag en deterministisk endelig automat som aksepterer (genererer) samme språk (over alfabetet  $A = \{0, 1\}$ ) som den ikke-deterministiske automaten gitt ved tilstandsdiagrammet:



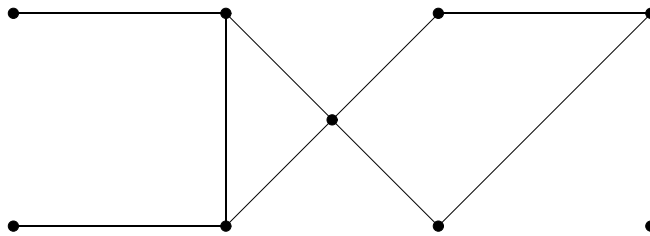
Tegn tilstandsdiagrammet for den deterministiske automaten.

**Oppgave 7** Lag en ikke-deterministisk automat som aksepterer (genererer) språket

$$L = 1a^*1 \cup b^*(01a)^*$$

over alfabetet  $A = \{a, b, 0, 1\}$ .

**Oppgave 8** Gitt grafen  $G$ :



Finn alle delgrafer som er utspennende trær i  $G$ . Beskriv hvilke av trærne er isomorfe, og hvilke er ikke-isomorfe.

Begrunn hvorfor de er ikke-isomorfe.

**Oppgave 9** I listen

1.1.1; 1.1.2.1; 1.1.2.2; 1.1.2.3; 1.2.1; 1.2.2; 2.1.1; 2.2.1.1; 2.x.y.z; 2.3.1.2; 2.4.1; 2.4.2, av universelle adresser til alle bladene av et ordnet tre med rot, er tre siffer ukjent. Finn disse sifrene, tegn treet og forklar hvordan du fant dem.

**Oppgave 10** Finn alle heltall  $x$  slik at  $100 \leq x \leq 200$  og

$$\begin{cases} x \equiv 70^{5842} \pmod{17} \\ 15x \equiv 21 \pmod{12}. \end{cases}$$