Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

11. oktober 2012
Tid: 17.15 – 18.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

Fasit - det står en sort prikk bak riktig svar. (NB! Rekkefølgen på oppgavesettene varierte).

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 La universalmengden være de hele tall $\mathbf{Z}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert sanne?

Alt 1) $\forall x \exists y \exists z((z > x) \wedge (z < y))$ •

Alt 2) $\forall x \forall y \exists z((x < y) \rightarrow ((z > x) \wedge (z < y)))$

Alt 3) $\forall x \forall y((x < y) \rightarrow (x^2 < y^2))$

Alt 4) $\forall x \forall y \exists z((x < z) \rightarrow (x \geq y))$ •

Oppgave 2 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

Alt 2) $((\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge r)) \rightarrow (\neg q \vee s)$

Alt 3) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)$ •

Alt 4) $(s \rightarrow (\neg r \wedge p)) \rightarrow ((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge s)$

Oppgave 3 Hva er $(32097)_{10}$ i det oktale (dvs. grunntall 8) systemet?

Alt 1) $(67541)_8$

Alt 2) $(76541)_8$ •

Alt 3) $(14567)_8$

Alt 4) $(14576)_8$

Oppgave 4 Hvilke av følgende kongruensligninger har $x = -11$ som løsning?

Alt 1) $8x + 72051^{200} \equiv 36 (\text{mod } 41)$ •

Alt 2) $3x + 72051^{201} \equiv 22 (\text{mod } 41)$ •

Alt 3) $x + 71996^{200} \equiv 31 (\text{mod } 41)$

Alt 4) $123x + 31^{81} \equiv 30 (\text{mod } 41)$

Oppgave 5 La $f : \{a, b, c\} \to \{1, 2\}$. Hvor mange surjektive funksjoner f finnes det?

Alt 1) 9

Alt 2) 12

Alt 3) 6 •

Alt 4) 8

Oppgave 6 La p være et primtall. Hvilke av følgende er garantert sant?

Alt 1) $(p-1)^{p-1} \equiv 1 (\text{mod } p)$ •

Alt 2) $a^{p-1} \equiv 1 (\text{mod } p)$ for alle $a \neq 0$.

Alt 3) Det finnes $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at $(p-1)s + (p-2)t = 1$ •

Alt 4) Det finnes $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at $(p-1)s + (p+1)t = 1$.

Oppgave 7 La f betegne en funksjon fra $\{2, 3, 4, \cdots\}$ inn i $\mathbf{R}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = \binom{n}{2} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^2)$ •

Alt 2) $f(n) = (n \log n)^2 \Rightarrow f(n)$ er $O(n^2)$

Alt 3) $f(n) = \frac{n^3 - n^2 + 1}{n+2} \Rightarrow f(n)$ er $O(n \log n)$

Alt 4) $f(n) = \sqrt[3]{n} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(\sqrt{n})$

Oppgave 8 Hva er koeffisienten til x^7 i ekspansjonen av $(1-2x)^{12}$?

Alt 1) $-32\binom{12}{5}$

Alt 2) $-128\binom{12}{7}$ •

Alt 3) $-64\binom{12}{7}$

Alt 4) $-256\binom{12}{5}$

Oppgave 9 Hva er mulige første fem ledd d_0, d_1, d_2, d_3, d_4 til rekurrens-relasjonen $d_n = 5d_{n-1} - 6d_{n-2}\ ;\ n \geq 2$?

Alt 1) $1, 0, -6, -30, -186$

Alt 2) $1, 1, -1, -11, -61$

Alt 3) $-1, 1, 11, 49, 311$

Alt 4) $0, 1, 5, 19, 65$ •

Oppgave 10 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at ligningen er tilfredstilt?

Alt 1) $490256s + 337t = 5$ •

Alt 2) $825s + 315t = 5$

Alt 3) $33649s + 3059t = 1$

Alt 4) $2695s + 4199t = 1$ •

Oppgave 11 En gruppe på 5 menn og 7 kvinner skal fordeles på en komité bestående av 5 personer. Hvor mange komitéer kan man danne som har 3 menn og 2 kvinner?

Alt 1) $6\binom{12}{5}$

Alt 2) $\binom{7}{3}\binom{5}{2}$

Alt 3) $\binom{7}{2} + \binom{5}{3}$

Alt 4) 210 •

Oppgave 12 Vi antar samme scenario som i Oppgave 11. Hvor mange komitéer finnes det som har minst en mann?

Alt 1) 792

Alt 2) 771 •

Alt 3) $\binom{5}{0}\binom{7}{5} + \binom{5}{1}\binom{7}{4}$

Alt 4) $\binom{7}{0} + \binom{7}{1}$

Oppgave 13 Hvilke av følgende påstander riktige?

Alt 1) En injektiv funksjon er enten surjektiv eller bijektiv

Alt 2) Dersom $a^p \equiv a(\text{mod} p)$ for alle $a \in \mathbf{Z}$, så er p et primtall

Alt 3) $\binom{2n}{n} > 2^{2n}$ for alle $n \geq 100$

Alt 4) Antall tall i mengden $\{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$ som er delelig med enten 3 eller 5 (eller begge) er 47 •

Oppgave 14 La $g : X \to Y,\ f : Y \to Z$ være to funksjoner, og la $f \circ g : X \to Z$ være den sammensatte funksjonen. Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) g injektiv $\Rightarrow f \circ g$ injektiv

Alt 2) f surjektiv $\Rightarrow f \circ g$ surjektiv

Alt 3) $f \circ g$ surjektiv $\Rightarrow f$ surjektiv •

Alt 4) $f \circ g$ injektiv $\Rightarrow g$ injektiv •

Oppgave 15 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $A - (B - C) = (A - B) - C$

Alt 2) $(A - B) - C = (A - C) - B$ •

Alt 3) $(A - B) - B = A$

Alt 4) $(A - B) \cup B = A$

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 20 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng, og hvert kryss mer enn 20 gir -3 poeng. (Du trekkes ikke for å sette et kryss galt.) Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				
Oppgave 13				
Oppgave 14				
Oppgave 15				