Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Petter Bergh
92032532

Bokmål

KONTINUASJONSEKSAMEN I TMA4140

9. August 2007
Tid: 09.00 – 13.00

Hjelpemidler:
Enkel kalkulator HP30S,
Rottmanns matematiske formelsamling.

Alle svar skal begrunnes

Oppgave 1 (10%) La p, q og r være primitive utsagn. Sett opp sannhetsverditabellen til det logiske utsagnet

$$\big((\neg(p \wedge q)) \vee r\big) \rightarrow \big(q \wedge \neg p\big).$$

Oppgave 2 (10%) Finn det minste positive heltall x som løser

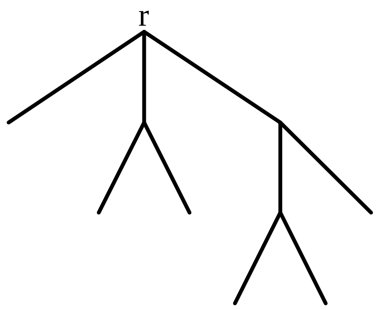
$$\begin{aligned} x &\equiv 2 \pmod 3 \\ x &\equiv 1 \pmod 7 \\ x &\equiv 11 \pmod{17}. \end{aligned}$$

Oppgave 3 (10%) Benytt matematisk induksjon til å vise at for alle heltall $n \geq 1$ så er

$$\sum_{i=1}^{n}(3i+2) = \frac{1}{2}(3n^2 + 7n).$$

Hint: Husk at $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$.

Oppgave 4 (10%) Dette er et tre med rot (rooted tree), hvor rota er merket r. Merk alle hjørnene i treet, inklusive rota, etter det universelle adresse-system (universal adress system).



Oppgave 5 (10%) Du skal nå tegne 4 forskjellige rettede grafer. Hver graf skal ha *4 hjørner*. Hver av de 4 grafene skal ha forskjellige egenskaper:

Graf 1 Skal ikke ha hverken en Hamilton-krets eller en Euler-krets.

Graf 2 Skal ha en Hamilton-krets, men ikke en Euler-krets.

Graf 3 Skal ha en Euler-krets, men ikke en Hamilton-krets.

Graf 4 Skal ha både en Hamilton-krets og en Euler-krets.

Oppgave 6 (10%) I denne oppgave skal du lage *en logisk krets*(logical circuit). Denne logiske kretsen skal kontrollere en lampe, hvor lampen skal ha to brytere.

Kretsen skal fungere slik at uansett hvilken bryter du trykker på når lampen er av, skrur lampen på, og uansett hvilken bryter du trykker på når lampen er på, skrur lampen av.

Oppgave 7 a) (5%) En delvis ordning (partial ordering) er en relasjon som er refleksiv, antisymmetrisk og transitiv. Skriv ned definisjonene på at en relasjon er *refleksiv*, *antisymmetrisk* og *transitiv*.

b) (10%) Vis at relasjonen $\preccurlyeq$ på S, gitt ved at

$$(S, \preccurlyeq) = \Big(\big\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{1,2,3,4\}, \{1,2,3,4,5\}\big\}, \subseteq\Big)$$

er en delvis ordning.

c) (10%) Tegn Hasse-diagrammet til den delvise ordningen gitt av $(S, \preccurlyeq)$ definert i oppgave b).

d) (5%) Hva er det største elementet (greatest element) til $(S, \preccurlyeq)$?
($(S, \preccurlyeq)$ er fremdeles som definert i oppgave b).)

Oppgave 8 (10%) En funksjon $f : A \to \mathbb{Z}$, hvor $A \subseteq \mathbb{Z}$ er definert ved at $f(x) = x \bmod 11$. Du skal nå bestemme hvilke heltall mengden A må bestå av for at funksjonen f skal ha en bestemt egenskap:

Bestem A slik at f er 1-1(one-to-one) *hvis og bare hvis* A er slik du har bestemt?