NTNU

Kunnskap for ei betre verd

Kombinatorikk/teljereglar og betinga sannsyn

Torstein Fjeldstad

Institutt for matematiske fag, NTNU

14.01.2019

Plan for dagen

- Repetisjon
- Kombinatorikk og teljereglar (kap. 2.3)
- Betinga sannsyn (kap. 2.6)

Referansegruppe

- Me treng (minst) tre frivillige til referansegruppa dette semesteret
- 3 møter
- Ved semesterslutt må de skrive ein kort rapport

Repetisjon

Hendingar (kap. 2.2) I

Hending (def. 2.2)

Ei **hending** er ei delmengd av S, dvs. dersom $E \subset S$ er E ei hending.

Komplement (def. 2.3)

Komplementet til ei hending A er alle utfall i S som ikkje er med i A:

$$A^c = A' = \{x \in S | x \notin A\}.$$

Hendingar (kap. 2.2) II

Snitt (def. 2.4)

Snittet av to hendingar A og B er hendinga av alle utfall som er i *båe* A og B:

$$A \cap B = \{x \in S | x \in A \text{ og } x \in B\}.$$

Disjunkt (def. 2.5)

To hendingar A og B er **disjunkte** dersom dei ikkje har noko felles utfall, dvs

$$A \cap B = \emptyset.$$

Hendingar (kap. 2.2) III

Union (def. 2.6)

Unionen av to hendingar A og B er hendinga som inneheld alle utfall som er i A, eller B, eller båe A og B:

$$A \cup B = \{x \in S | x \in A \text{ og/eller } x \in B\}.$$

Sannsyn (kap. 2.4)

Sannsyn (def. 2.9)

Ein **sannsynsmål** på eit utfallsrom S er ein reell funksjon definert på hendingane i S slik at:

- $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subset S$.
- $P(S) = 1$
- Dersom $A_1, A_2, \ldots$ er parvis disjunkte (dvs. $A_i \cap A_j = \emptyset$ for alle $i \neq j$), så er

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Additive reglar (kap. 2.5)

Addisjonssetninga (teorem 2.7)

La A og B vere to hendingar:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Komplementærsetninga (teorem 2.9)

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Uniform sannsynsmodell

Teorem (regel 2.3)

Dersom $S = \{x_1, \ldots, x_m\}$ og $P(x_1) = \ldots P(x_m) = w = \frac{1}{m}$ har me ein *uniform sannsynsmodell*.

Teorem (regel 2.3)

Anta ein uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{x_1, \ldots, x_g\}$ vere ei hending med g enkeltutfall. Då er

$$P(A) = \frac{\text{tal på utfall i } A}{\text{tal på utfall i } S} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}.$$

Kombinatorikk/teljereglar

Multiplikasjonssetninga

Multiplikasjonssetninga (regel 2.2)

Dersom ein jobb består av k separate oppgåver, der den i-te kan gjennomførast på n_i måter, kan heile jobben gjerast på

$$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$$

ulike måter.

Døme

Styre

Eit styre beståande av 4 personar (A, B, C, D) skal velje leiar og sektrær. På kor mange måter kan me velge desse 2?

Døme

Styre

Eit styre beståande av 4 personar (A, B, C, D) skal velje leiar og sektrær. På kor mange måter kan me velge desse 2?

1. Bryr me oss om kven som er leiar? - Ja
   1.1 Ulik leiar og sektretær
   1.2 Same leiar og sektrær

Døme

Styre

Eit styre beståande av 4 personar (A, B, C, D) skal velje leiar og sektrær. På kor mange måter kan me velge desse 2?

1. Bryr me oss om kven som er leiar? - Ja
   1.1 Ulik leiar og sektretær
   1.2 Same leiar og sektrær
2. Bryr me oss om kven som er leiar? - Nei
   2.1 Ulik leiar og sektretær
   2.2 Same leiar og sektrær

Døme

Styre

Eit styre beståande av 4 personar (A, B, C, D) skal velje leiar og sektrær. På kor mange måter kan me velge desse 2?

1. Bryr me oss om kven som er leiar? - Ja
   1.1 Ulik leiar og sektretær
   1.2 Same leiar og sektrær
2. Bryr me oss om kven som er leiar? - Nei
   2.1 Ulik leiar og sektretær
   2.2 Same leiar og sektrær

1. Ordna utval (rekkjefølgja betyr noko)
   1.1 Utan tilbakelegging
   1.2 Med tilbakelegging

Døme

Styre

Eit styre beståande av 4 personar (A, B, C, D) skal velje leiar og sektrær. På kor mange måter kan me velge desse 2?

1. Bryr me oss om kven som er leiar? - Ja
   1.1 Ulik leiar og sektretær
   1.2 Same leiar og sektrær
2. Bryr me oss om kven som er leiar? - Nei
   2.1 Ulik leiar og sektretær
   2.2 Same leiar og sektrær

1. Ordna utval (rekkjefølgja betyr noko)
   1.1 Utan tilbakelegging
   1.2 Med tilbakelegging
2. Uordna utval (rekkjefølgja betyr ikkje noko)
   2.1 Utan tilbakelegging
   2.2 Med tilbakelegging

Ordna utval, utan tilbakelegging (permutasjon)

Definisjon

Ein permutasjon er eit r-tuppel frå ei mengde av n element der ingen av element opptrer meir enn ein gong.
Merk: $r \leq n$.

Teljeregel 1

Talet på permutasjonar av r element ut av n er

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)\cdots(n-r+1) $$

Inndeling i grupper

Teorem

Talet på ulike permutasjonar av n element der n_1 er av type 1, n_2 av type 2, ..., n_k er av type k (der $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$) er

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!}.$$

Merk for $n_1 = n_2 = \cdots = n_k = 1$ får me mulitplikasjonssetninga.

Ordna utval, med tilbakelegging

Teljeregel 2

Talet på måter me kan velge r element ut av n med tilbakelegging er

$$n^r$$

Uordna utval, utan tilbakelegging (kombinasjonar)

Teljeregel 3

Talet på måter me kan velge r element ut av n utan tilbakelegging er

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Oversikt

Multiplikasjonssetninga (regel 2.2)

Dersom ein jobb består av k separate oppgåver, der den i-te kan gjennomførast på n_i måter, kan heile jobben gjerast på

$$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$$

ulike måter.

	Utan tilbakeleggjing	**Med tilbakeleggjing**
Ordna utval	$\frac{n!}{(n-r)!}$	n^r
Uordna utval	$\binom{n}{r}$	

Betinga sannsyn (kap. 2.6)

Betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$.

Torsdag

- Kap 2.6 Betinga sannsyn og uavhengighet (eksempel)
- Kap 2.7 Lova om totalt sannsyn og Bayes sin regel