



Eksamensoppgåver

Torstein Fjeldstad

Institutt for matematiske fag, NTNU

11.04.2019



Eksamen desember 2018

oppg 4

Eksamen desember 2018 oppg 4



Oppg ave 4 Eva jobbar ved eit oppdrettsanlegg for laks og har som arbeidsoppg ave   kontrollere fisken som blir send ut på marknaden. Bedrifta hennar antar at vekta til ein tilfeldig vald laks X (i kilogram) er normalfordelt med ukjend forventning μ kilogram og ukjend standardavvik σ kilogram.

- a) Anta i dette punktet at Eva har fanga 10 laksar som ho har målt vekta til, X_1, X_2, \dots, X_{10} . Anta at vekta til dei 10 laksane er uavhengig av kvarandre. Nytt det tilfeldige utvalet X_1, X_2, \dots, X_{10} til   oppgje eit uttrykk for eit 95 % prediksjonsintervall for vekta i kilogram til ein ny laks X_0 , der X_0 er uavhengig av X_1, X_2, \dots, X_{10} .

Nytt at $\sum_{i=1}^{10} x_i = 53.37$ kilogram og $\sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2} = 0.73$ kilogram til   finne talverdiane for prediksjonsintervallet.

Eksamen desember 2018 oppg 4

Oppdrettsanlegget har i utgangspunktet gått ut i frå at forventa vekt er 5 kilogram, men på bakgrunn av tilbakemeldingar frå butikkar som sel laks produsert ved Eva sitt oppdrettsanlegg har Eva no ein mistanke om at forventa vekt er høgare enn 5 kilogram. Eva ynskjer difor å testa hypotesen

$$H_0 : \mu = 5 \text{ kilogram} \quad \text{mot} \quad H_1 : \mu > 5 \text{ kilogram}$$

med eit signifikansnivå $\alpha = 0.05$ basert på eit tilfeldig utval X_1, X_2, \dots, X_n .

b) Anta i dette punktet at standardavviket til X er kjent og lik 1 kilogram.

Anta at den sanne forventningsverdien til ein tilfeldig vald laks er 5.5 kilogram. Utlei eit uttrykk for det minste talet på laks n Eva må vege dersom ho krev at testen sin styrke skal vere minst 95 % når den sanne forventningsverdien er 5.5 kilogram.

Finn den minste talverdien til n som oppfyller krava spesifisert.



Eksamen mai 2009 oppgave 3

Eksamen mai 2009 oppgåve 3



Oppgåve 3 Kontrastmiddel

Effekten av ulike typer kontrastmiddel brukt ved r ntgenunders kelsar av hender skal studerast. Kontrastmiddelet blir injisert i handflata f r r ntgenbiletet blir teke. Ein ynskjer   minske strålingsfaren ved   ta få bileter - helst berre eit av kvar hand.

For   måle effekten har ein utvikla eit kontrastmål for eit bilete av ei hand. Utan kontrastmiddel kallast målet K_0 og det varierer frå person til person, men kan sjåast på som identisk for begge hendene på ein person. Tidligere erfaring tilseier at K_0 er normalfordelt med forventningsverdi μ_0 og standardavvik σ_0 . Det vil sei at K_0 er $n(k_0; \mu_0, \sigma_0)$.

Gå no ut i frå at μ_0 og σ_0 er ukjende. Ei studie på 10 fors kspersonar blir brukt til   kartlegge kontrastmålet. Eit røntgenbilde utan bruk av kontrastmiddel blir teke av ei av hendene til kvar av dei 10 fors kspersonane. Det resulterer i 10 uavhengige observasjonar av kontrastmålet K_0 , sj  tabell 1.

Forsøksnr. i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k_0(i)$	21	28	19	23	31	32	28	23	28	27

Tabell 1: Målt kontrast uten bruk av kontrastmiddel. Her blir $\bar{k}_0 = 1/10 \sum_{i=1}^{10} k_0(i) = 26$ og $\sum_{i=1}^{10} (k_0(i) - \bar{k}_0)^2 = 166$.

- b) Utlei eit 90% konfidensintervall for forventa kontrastmål μ_0 , og finn talsvar.

Eksamen mai 2009 oppgave 3



Ved bruk av kontrastmiddel blir kontrasten i røntgenbileta endra slik at kontrastmålet blir:

$$K = K_0 + R$$

der R er effekten av kontrastmiddelet.

Gå ut i frå at R er normalfordelt med forventning μ_R og standardavvik σ_R , dvs $n(r; \mu_R, \sigma_R)$. Vidare går vi ut i frå at K_0 og R har ein korrelasjon på ρ_{0R} , og at K er normalfordelt $n(k; \mu_K, \sigma_K)$.

- c) Utlei uttrykk for forventninga μ_K og standardavviket σ_K til kontrastmålet ved bruk av kontrastmiddel.

Eksamen mai 2009 oppgave 3

Vi ønsker no å samanlikne kontrastmåla ved bruk av to ulike kontrastmiddel, type A og type B. La effekten av kvar av desse vere R_A og R_B , og tilsvarande blir kontrastmåla:

$$K_A = K_0 + R_A$$

$$K_B = K_0 + R_B$$

Vi går ut i frå at alle variablane er normalfordelte, og at R_A og R_B er uavhengige. For å undersøkje kontrastmåla for dei to ulike kontrastmiddela gjennomfører vi et forsøksopplegg: For kvar type blir det gjort 10 forsøk. For dei 20 forsøkspersonane blir kontrastmiddelet injisert i ei av hendene, eit røntgenbilde blir teke, og kontrastmålet blir registrert. Dette gjev eit sett av uavhengige observasjonar av K_A og K_B , sjå tabell 2 og 3.

Forsøk nr (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k_A(i)$	29	38	26	32	40	43	37	31	38	36

Tabell 2: Målt kontrast ved bruk av kontrastmiddel A. Her blir $\bar{k}_A = 1/10 \sum_{i=1}^{10} k_A(i) = 35$.

Forsøk nr (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k_B(i)$	44	37	46	40	33	29	36	42	35	38

Tabell 3: Målt kontrast ved bruk av kontrastmiddel B. Her blir $\bar{k}_B = 1/10 \sum_{i=1}^{10} k_B(i) = 38$.

Gå i punkt d) og e) ut i frå at standardavvika til K_0 og R er kjende, $\sigma_0 = 4$ og $\sigma_R = 2$, at korrelasjonen mellom K_0 og R er kjend, $\rho_{0R} = 5/16$, og at standardavviket σ_R og korrelasjonen ρ_{0R} er lik for dei to kontrastmiddela, det vil sei $\text{Var}(R_A) = \text{Var}(R_B) = 2^2$ og $\text{Corr}(K_0, R_A) = \text{Corr}(K_0, R_B) = 5/16$.

Følgjande hypotese blir framsett: Forventa kontrastmål ved bruk av kontrastmiddel type A og type B er identiske. Denne hypotesen skal testast mot alternativet at dei to forventningane er ulike.

- d) Test hypotesen over på signifikansnivå 0.1 ved å bruke dataane i tabell 2 og 3.

Utlei styrken for denne testen for forskjell i forventa kontrastmål lik 2.