NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Lineær regresjon

Torstein Fjeldstad
Institutt for matematiske fag, NTNU
04.04.2019

I dag

- Repetisjon
- Eksempel OL
- Eksempel imdb

Spørretimer/kontortid

- Det blir 3-4 spørretimer før eksamen på sal (tilsvarande statistikklab)
- Eg vil ha kontortid (send meg helst ein e-post på førehand for å avtale tid)

Spørretimer/kontortid

- Det blir 3-4 spørretimer før eksamen på sal (tilsvarande statistikklab)
- Eg vil ha kontortid (send meg helst ein e-post på førehand for å avtale tid)

Følg med på heimesida for tid og stad

Repetisjon

Enkel lineær regresjon

Situasjon: har observert par $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$.

— $x_1, x_2, \ldots, x_n$ er kjende tal

— $y_1, y_2, \ldots, y_n$ er realisasjonar frå uavhengige stokastiske variablar $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ med

$$Y_i | x_i \sim n(y_i; \alpha + \beta x_i, \sigma)$$

Merk:

$$E(Y_i | x_i) = \alpha + \beta x_i = \mu_i$$

$$Var(Y_i | x_i) = \sigma^2$$

Mål: estimere α, β og σ^2

Eigenskapar til estimatorane

$$\widehat{\beta} \sim n\left(z; \beta, \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$\widehat{\alpha} \sim n\left(z; \alpha, \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Merk

$$E(\widehat{\sigma}^2) = \frac{n-2}{n}\sigma^2,$$

me nyttar derfor

$$S^2 = \frac{n}{n-2}\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i)^2$$

$$\frac{(n-2)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-2}$$

Typisk to mål med lineær regresjon

- Forstå samanhengen mellom x og y
- Predikere/forutsjå y-verdi for ein ny verdi $x = x_0$

Eksempel
(eksamen desember 2012)

Eksempel

Vinnertid på 800 m løping for menn i OL (siden 1912).

- Y_i er vinnertid i OL nummer i
- x_i er årstal for OL nummer i

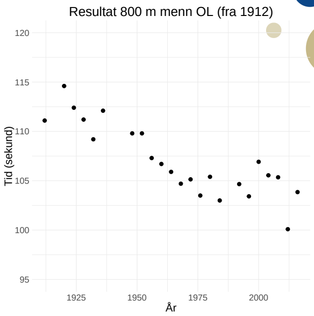
for $i = 1, 2, \ldots, 23$

Eksempel

Vinnertid på 800 m løping for menn i OL (siden 1912).

- Y_i er vinnertid i OL nummer i
- x_i er årstal for OL nummer i

for $i = 1, 2, \ldots, 23$

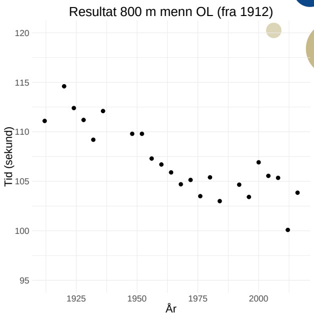


Eksempel

Vinnertid på 800 m løping for menn i OL (siden 1912).

- Y_i er vinnertid i OL nummer i
- x_i er årstal for OL nummer i

for $i = 1, 2, \ldots, 23$



Anta følgjande lineære samanheng

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$$

der $\varepsilon_i \sim n(\epsilon; 0, \sigma)$ og uavhengige.

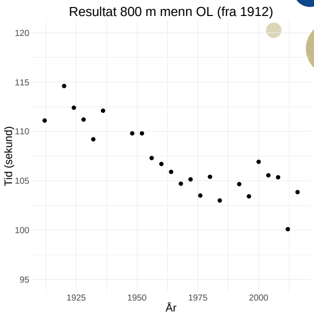
Eksempel

Vinnertid på 800 m løping for menn i OL (siden 1912).

— Y_i er vinnertid i OL nummer i

— x_i er årstal for OL nummer i

for $i = 1, 2, \ldots, 23$



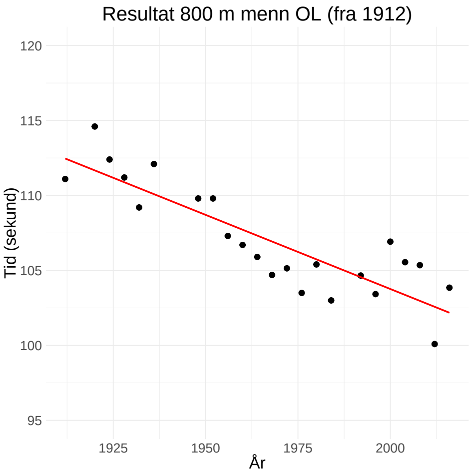
Anta følgjande lineære samanheng

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$$

der $\varepsilon_i \sim n(\epsilon; 0, \sigma)$ og uavhengige.

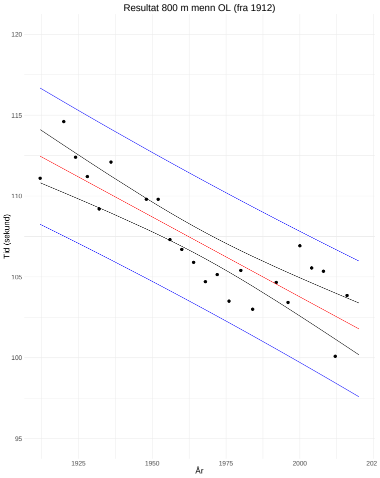
Utlei eit $(1 - \alpha) \cdot 100$ % konfidensintervall for β

Resultat eksempel



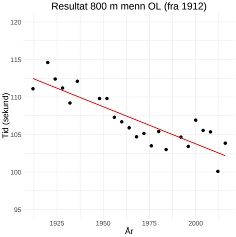
To typer intervall

- Konfidensintervall for $\mu_{Y|x_0}$ (regresjonslinja)
- Prediksjonsintervall for ein ny observasjon Y_0


Resultat 800 m menn OL (fra 1912)
Tid (sekund)
120
115
110
105
100
95
1925
1950
1975
2000
202
År

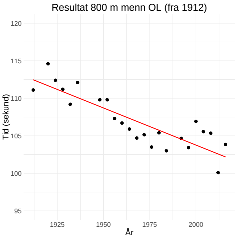
Undersøke modellantakingar

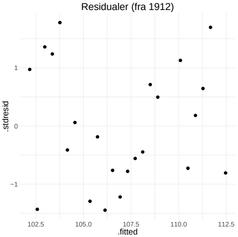
Frå 1912



Undersøke modellantakingar

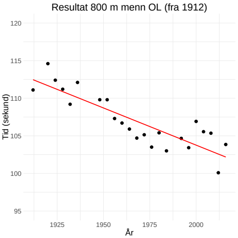
Frå 1912

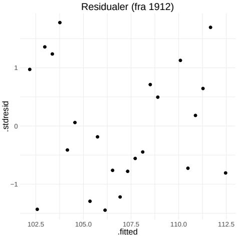




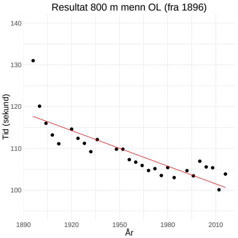
Undersøke modellantakingar

Frå 1912





Frå 1896

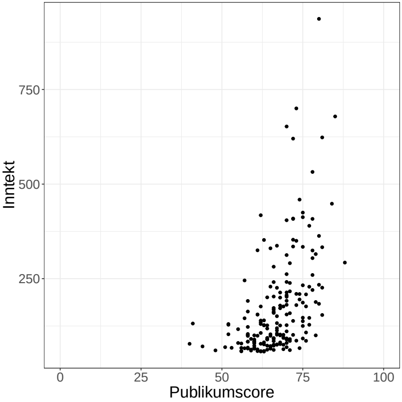


Modellantaktingar

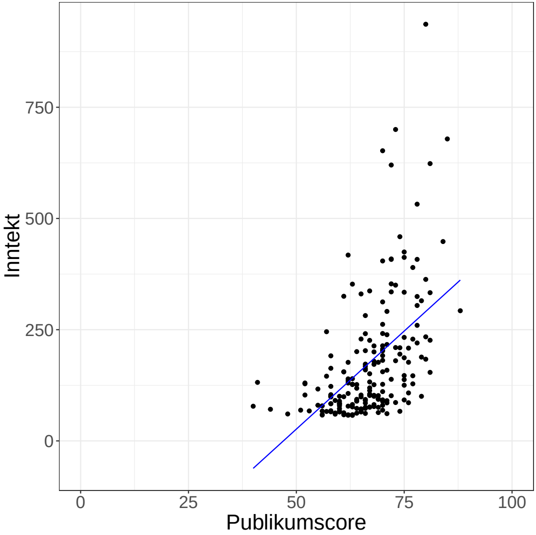
- $E(Y_i|x_i) = \alpha + \beta x_i$
- $Var(Y_i|x_i) = \sigma^2$
- Y_i-ane er normalfordelt
- Y_i-ane er uavhengige

imdb eksempel

Publikumscore mot inntekt



Publikumscore mot inntekt



Publikumscore mot inntekt

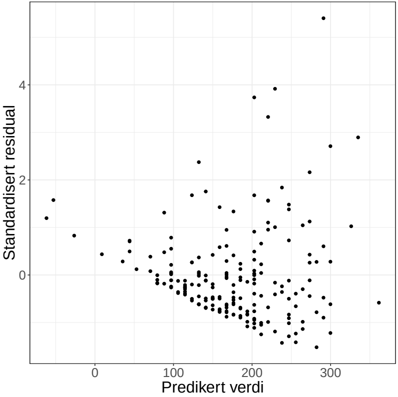


Figure: Predikert verdi mot standardisert residual

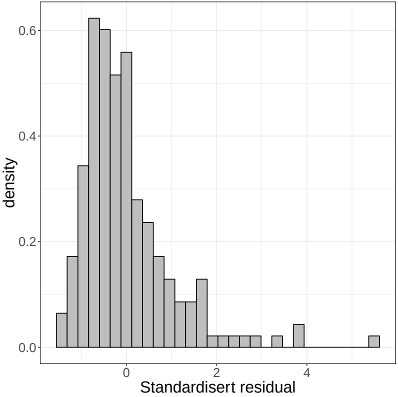
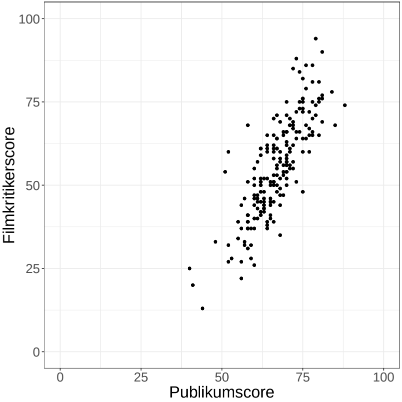
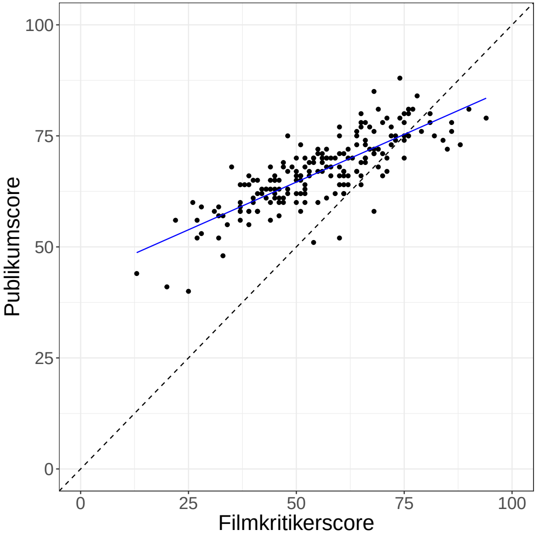


Figure: Standardisert residual

Filmkritikerscore mot publikumscore



Filmkritikerscore mot publikumscore



Filmkritikerscore mot publikumscore

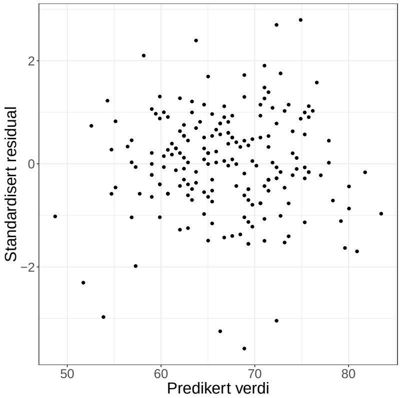


Figure: Predikert verdi mot standardisert residual

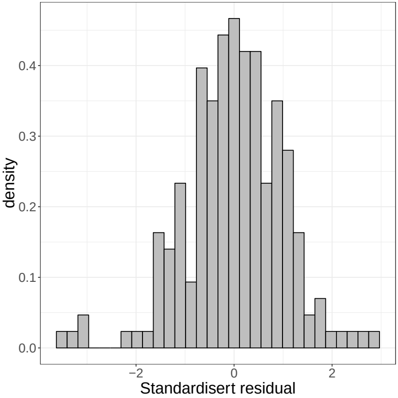


Figure: Standardisert residual

Neste veke

— Måndag: gjennomgang av heile pensum med nokre eksempel
— Torsdag: tidlegare eksamensoppgåver (send inn forslag innan måndag 08.04 kl. 16:00)