



Diskrete sannsynsfordelingar

Torstein Fjeldstad

Institutt for matematiske fag, NTNU

04.02.2019

I dag



- Bernoulli, binomisk og multinomisk fordeling
- Hypergeometrisk fordeling

Repetisjon I

Diskret stokastisk variabel

Ein stokastisk variabel som har eit endeleg eller tellbart uendeleg tal på utfall.

Diskret fordeling

Paret $(x, f(x))$ vert kalla fordelinga til den diskret stokastiske variabelen X dersom

- $f(x) \geq 0$ for alle x
- $\sum_x f(x) = 1$
- $P(X = x) = f(x)$



Binomialkoeffisienten

Talet på mogleg kombinasjonar i eit uordna utval der ein trekk x individ utan tilbakeleggjing frå ein populasjon med totalt n individ er:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Binomisk-prosess og binomisk fordeling

Krav Binomisk-prosess

1. n uavhengige forsøk
2. I kvart forsøk i har me suksess, $I_i = 1$, eller ikkje-suksess, $I_i = 0$
3. Sannsynet for suksess er konstant for alle n forsøka;
 $p = P(I_i = 1)$ for alle $i = 1, \dots, n$

Binomisk fordeling

La $X = \sum_{i=1}^n I_i$ vere talet på suksessar i ein Bernoulli-prosess. Då er X binomisk fordelt med

$$P(X = x) = b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}.$$

Multinomisk fordeling

Krav multinomisk-prosess

1. n uavhengige forsøk
2. Kvart forsøk resulterer i nøyaktig ein av R kategoriar
3. Sannsynet for kvar kategori r er lik i kvart forsøk i :
 $P(\text{kategori } r) = p_r$

Multinomisk fordeling

Tala på utfall $X = (X_1, \dots, X_R)$ i ein multinomisk-prosess er multinomisk fordelt med

$$f(x_1, \dots, x_R; n, p_1, \dots, p_R) = \binom{n}{x_1, \dots, x_R} p_1^{x_1} \dots p_R^{x_R}$$

der $\sum_{r=1}^R x_r = n$ og $\sum_{r=1}^R p_r = 1$.

Døme



Kafe

Ein kafe skal ta i mot eit selskap på $n = 20$ gjester. Dei serverer kvar gjest anten kaffi, te eller kakao. Anta at gjestene vel drikk uavhengig av kvarandre. Det er gjeve att $P(\text{kaffi}) = 0.5 = p_1$, $P(\text{te}) = 0.3 = p_2$ og $P(\text{kakao}) = 0.2 = p_3$.

Finn sannsynet for at kafen serverer 10 kaffi, 7 te og 3 kakao.

Hypergeometrisk fordeling

Situasjon hypergeometrisk fordeling

- Urne med N kuler
- k blåe kuler (suksess)
- $N - k$ raude kuler (fiasko)
- Trekk n kuler (utan tilbakelegging)
- X er talet på dei trekte kulene som er blåe (talet på suksessar)

Hypergeometrisk fordeling

En hypergeometrisk stokastisk variabel X har fordeling

$$f(x; N, n, k) = h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}.$$

Torsdag



- Negativ binomisk og geometrisk fordeling
- Poissonfordeling