**Noregs teknisk–naturvitskaplege universitet**
**Institutt for matematiske fag**



EKSAMEN I TMA4110/15 MATEMATIKK 3, 17 august 2011
Fasit

*Dette er en fasit og ikke et løsningsforslag. Merk også at det kan være flere riktige svar.*

**Oppgåve 1** $z = \pm\sqrt{2} - i$. Husk figur.

**Oppgåve 2**

**a)** $y(x) = 7e^{3x} - 5e^{4x}$.

**b)** $y(x) = (A + x^2 - \frac{2}{7}x)e^{3x} + Be^{4x} + \frac{1}{3}\cos 3x - \frac{7}{3}\sin 3x$.

**Oppgåve 3**

**a)** Deriver $y_1(x) = \sin(x^2)$ to ganger og husk kjerneregelen.

**b)** Gjettemetoden: Prøv $y_2(x) = \cos(x^2)$. Variasjon av konstanten gir svært mye regning.

**Oppgåve 4**

Trappeform av $A$ blir

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**a)** Ein basis for Null($A$) er

$$\left\{ \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\frac{9}{2} \\ 0 \\ -\frac{4}{3} \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\},$$

og ein basis for Row$(A)$ er

$$\{[1, -\frac{3}{2}, 0, 0, -\frac{9}{2}], [0, 0, 1, 0, \frac{4}{3}], [0, 0, 0, 1, 3]\}.$$

**b)** Ein basis for Col$(A)$ er

$$\{\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}\}.$$

$\text{rang}(A) = \dim \text{Col}(A) = \dim \text{Row}(A) = 3.$

**Oppgåve 5**

**a)** $A$ er invertibel hvis og bare hvis $\det A = 13a - 5b + c \neq 0$.

**b)** $A^{-1}$ er ei heltallsmatrise hvis $a$, $b$, $c$ hele tall og $\det A = 1$. F.eks: $a$=0, $b$=0, $c = 1$.

**Oppgåve 6**

**a)**

$$\begin{aligned} y_1' &= -0,045y_1 + 0,05y_2 \\ y_2' &= 0,045y_1 - 0,09y_2. \end{aligned}$$

**b)**

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \frac{100}{3}(5e^{-0,015t} - 2e^{-0,12t}) \\ y_2(t) &= 100(e^{-0,015t} + e^{-0,12t}) \end{aligned}$$

**Oppgåve 7** Siden $\det(AB) = \det A \det B$ har vi at:

$AB$ er invertibel $\iff \det(AB) \neq 0 \iff \det(A) \neq 0$ og $\det(B) \neq 0 \iff A$ og $B$ begge er invertible.