NTNU

Det skapende universitet

Pensumsdiskusjonsforelesning

Viktige kontinuerlige fordelinger

Geir-Arne Fuglstad

Uke 8

Oppgave 1: Desember 2016 – oppgave 3a

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksDes16b.pdf

Vi studerer en populasjon av mannlige studenter, og antar at høyden til en tilfeldig valgt mann fra populasjonen er normalfordelt med forventningsverdi $\mu = 181$ og standardavvik $\sigma = 6$.

Vi trekker to studenter tilfeldig og lar X_1 og X_2 være deres høyder. Vi antar at X_1 og X_2 er uavhengige stokastiske variabler.

Oppgave 1: Desember 2016 – oppgave 3a

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksDes16b.pdf
Vi studerer en populasjon av mannlige studenter, og antar at høyden til en tilfeldig valgt mann fra populasjonen er normalfordelt med forventningsverdi $\mu = 181$ og standardavvik $\sigma = 6$.
Vi trekker to studenter tilfeldig og lar X_1 og X_2 være deres høyder.
Vi antar at X_1 og X_2 er uavhengige stokastiske variabler.

a) Regn ut $\mathrm{P}(X_1 > 190)$, $\mathrm{P}(X_1 > 190 | X_1 > 185)$ og $\mathrm{P}(X_1 > 190 | X_2 > 185)$.

Oppgave 2: Mai 2012 – oppgave 3

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksMai12b.pdf

En makskin utfører en prosedyre for å lage et kjemikalium. Hver gang prosedyren utføres produseres X (gram) av et giftig biprodukt. Vi antar X er normalfordelt med forventningsverdi 20 og stadardavvik 4. Hvis mer en 25 gram av det giftige biproduktet dannes, lyser ei lampe til prosedyren er ferdig. Mengden biprodukt er uavhengig fra gang til gang.

Oppgave 2: Mai 2012 – oppgave 3

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksMai12b.pdf

En makskin utfører en prosedyre for å lage et kjemikalium. Hver gang prosedyren utføres produseres X (gram) av et giftig biprodukt. Vi antar X er normalfordelt med forventningsverdi 20 og stadardavvik 4. Hvis mer en 25 gram av det giftige biproduktet dannes, lyser ei lampe til prosedyren er ferdig. Mengden biprodukt er uavhengig fra gang til gang.

a) Prosedyren utføres én gang. Hva er sannsynligheten for at lampa lyser?

Oppgave 2: Mai 2012 – oppgave 3

`https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksMai12b.pdf`

En makskin utfører en prosedyre for å lage et kjemikalium. Hver gang prosedyren utføres produseres X (gram) av et giftig biprodukt. Vi antar X er normalfordelt med forventningsverdi 20 og stadardavvik 4. Hvis mer en 25 gram av det giftige biproduktet dannes, lyser ei lampe til prosedyren er ferdig. Mengden biprodukt er uavhengig fra gang til gang.

a) Prosedyren utføres én gang. Hva er sannsynligheten for at lampa lyser? Prosedyren utføres tre ganger. Hva er sannsynligheten for at lampa lyser minst én gang?

Oppgave 2: Mai 2012 – oppgave 3

`https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksMai12b.pdf`

En makskin utfører en prosedyre for å lage et kjemikalium. Hver gang prosedyren utføres produseres X (gram) av et giftig biprodukt. Vi antar X er normalfordelt med forventningsverdi 20 og stadardavvik 4. Hvis mer en 25 gram av det giftige biproduktet dannes, lyser ei lampe til prosedyren er ferdig. Mengden biprodukt er uavhengig fra gang til gang.

a) Prosedyren utføres én gang. Hva er sannsynligheten for at lampa lyser? Prosedyren utføres tre ganger. Hva er sannsynligheten for at lampa lyser minst én gang? Prosedyren utføres 100 ganger. Finn tilnærmet sannsynligheten for at lampa lyser 15 eller flere ganger?

Oppgave 3

Variasjon i høyder (målt i cm) blandt gutter varierer som en funksjon av alder x (målt i år). Anta populasjonen av gutter i alderen x år kan beskrives som en normalfordeling med forventningsverdi $\mu(x) = 78.8 + 6.3x$ og standardavvik $\sigma(x) = 7.5$ for $x = 4, 5, \ldots, 14$.

Oppgave 3

Variasjon i høyder (målt i cm) blandt gutter varierer som en funksjon av alder x (målt i år). Anta populasjonen av gutter i alderen x år kan beskrives som en normalfordeling med forventningsverdi $\mu(x) = 78.8 + 6.3x$ og standardavvik $\sigma(x) = 7.5$ for $x = 4, 5, \ldots, 14$.

a) For hvilke aldere er det mer enn 90% sannsynlighet at en tilfeldig valgt gutt er høyere enn 130 cm?

Oppgave 4: August 2011 – oppgave 3a

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksAug11b.pdf

En fabrikk produserer kabel. På disse oppstår det feil og vi antar avstandene mellom feilene er uavhengig av hverandre. La Z betegne lengde (i kilometer) mellom to etterfølgende feil. Vi antar at denne feilen er eksponentialfordelt med parameter $\lambda > 0$ slik at sannsynlighetstetthet og kumulativ fordelingsfunksjon er

$$f(z;\lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda z}, & z > 0, \\ 0, & \text{ellers,} \end{cases} \quad \text{og} \quad F(z;\lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda z}, & z > 0, \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave 4: August 2011 – oppgave 3a

`https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksAug11b.pdf`

En fabrikk produserer kabel. På disse oppstår det feil og vi antar avstandene mellom feilene er uavhengig av hverandre. La Z betegne lengde (i kilometer) mellom to etterfølgende feil. Vi antar at denne feilen er eksponentialfordelt med parameter $\lambda > 0$ slik at sannsynlighetstetthet og kumulativ fordelingsfunksjon er

$$f(z;\lambda) = \begin{cases} \lambda \mathrm{e}^{-\lambda z}, & z > 0, \\ 0, & \text{ellers,} \end{cases} \quad \text{og} \quad F(z;\lambda) = \begin{cases} 1 - \mathrm{e}^{-\lambda z}, & z > 0, \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

a) Anta $\lambda = 0.05$. Hva er sannsynligheten for at avstand mellom to etterfølgende feil er mer en 10 kilometer? Dersom man har observert at de første 10 kilometerene er feilfrie, hva er da sannsynligheten for at også de neste 10 kilometerene er feilfrie?

Oppgave 5: November 2017 – oppgave 3a

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksNov17b.pdf
Levetiden Y (målt i antall døgn) til en ny type mekanisk komponenter skal undersøkes. Av erfaring fra lignende komponenter antar man at sannsynlighetstettheten til Y er

$$f(y) = \begin{cases} \frac{2yz^2}{\theta} \mathrm{e}^{-y^2 z^2/\theta^2}, & y > 0, \\ 0, & \text{ellers,} \end{cases}$$

hvor $\theta = 1000$ og $z = 1$.

Oppgave 5: November 2017 – oppgave 3a

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksNov17b.pdf
Levetiden Y (målt i antall døgn) til en ny type mekanisk komponenter skal undersøkes. Av erfaring fra lignende komponenter antar man at sannsynlighetstettheten til Y er

$$f(y) = \begin{cases} \frac{2yz^2}{\theta} e^{-y^2z^2/\theta^2}, & y > 0, \\ 0, & \text{ellers,} \end{cases}$$

hvor $\theta = 1000$ og $z = 1$.

a) Finn kumulativ fordelingsfuksjon for Y, $F(y)$.

.

Oppgave 5: November 2017 – oppgave 3a

https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4240/eksamen/oppg/eksNov17b.pdf
Levetiden Y (målt i antall døgn) til en ny type mekanisk komponenter skal undersøkes. Av erfaring fra lignende komponenter antar man at sannsynlighetstettheten til Y er

$$f(y) = \begin{cases} \frac{2yz^2}{\theta} \mathrm{e}^{-y^2 z^2/\theta^2}, & y > 0, \\ 0, & \text{ellers,} \end{cases}$$

hvor $\theta = 1000$ og $z = 1$.

a) Finn kumulativ fordelingsfuksjon for Y, $F(y)$. Finn medianen til Y.