NTNU

Det skapende universitet

Pensumsdiskusjonsforelesning

Hypotesetesting

Geir-Arne Fuglstad

Uke 12

Oppgave 1a) [Nov 2018, oppg. 4a)]

En operasjonsavdeling har blitt omorganisert. La p_{F} og p_{E} være sannsynlighetene for at en tilfeldig pasient får en infeksjon henholdsvis før og etter omorganisering. La n_{F} og n_{E} være pasienter operert henholdsvis før og etter omorganisering, og la X_{F} og X_{E} være antall pasienter som fikk en infeksjon henholdsvis før og etter omorganisering. Vi antar pasienter får infeksjoner uavhengig av hverandre. Vi bruker $\hat{p}_{\mathrm{F}} = X_{\mathrm{F}}/n_{\mathrm{F}}$ som estimator for p_{F}, og $\hat{p}_{\mathrm{E}} = X_{\mathrm{E}}/n_{\mathrm{E}}$ som estimator for p_{E}.

Oppgave 1a) [Nov 2018, oppg. 4a)]

En operasjonsavdeling har blitt omorganisert. La p_{F} og p_{E} være sannsynlighetene for at en tilfeldig pasient får en infeksjon henholdsvis før og etter omorganisering. La n_{F} og n_{E} være pasienter operert henholdsvis før og etter omorganisering, og la X_{F} og X_{E} være antall pasienter som fikk en infeksjon henholdsvis før og etter omorganisering. Vi antar pasienter får infeksjoner uavhengig av hverandre. Vi bruker $\hat{p}_{\mathrm{F}} = X_{\mathrm{F}}/n_{\mathrm{F}}$ som estimator for p_{F}, og $\hat{p}_{\mathrm{E}} = X_{\mathrm{E}}/n_{\mathrm{E}}$ som estimator for p_{E}.

1. Formuler sentralgrenseteoremet.
2. Anta n_{F} og n_{E} er store. Begrunn at $\hat{p}_{\mathrm{E}} - \hat{p}_{\mathrm{F}}$ er tilnærmet normalfordelt.
3. Vis at $\mathrm{E}[\hat{p}_{\mathrm{E}} - \hat{p}_{\mathrm{F}}] = p_{\mathrm{E}} - p_{\mathrm{F}}$ og $\mathrm{Var}[\hat{p}_{\mathrm{E}} - \hat{p}_{\mathrm{F}}] = p_{\mathrm{E}}(1 - p_{\mathrm{E}})/n_{\mathrm{E}} + p_{\mathrm{F}}(1 - p_{\mathrm{F}})/n_{\mathrm{F}}$.

Oppgave 1b) [Nov 2018, oppg. 4a)]

Vi ønsker å formulere en hypotesetest for å teste om omorganiseringen av operasjonsavdelingen har vært vellykket.

Oppgave 1b) [Nov 2018, oppg. 4a)]

Vi ønsker å formulere en hypotesetest for å teste om omorganiseringen av operasjonsavdelingen har vært vellykket.

1. Formuler nullhypotese og alternativ hypotese for denne situasjonen.
2. Angi hvilken testobservator du vil benytte og forklar hvilken sannsynlighetsfordeling denne testobservatoren tilnærmet har når nullhypotesen er riktig.
3. Regn ut *p*-verdien til denne hypotesetesten for de observerte dataverdiene:

	$n.$	$x.$
Før (F)	2021	186
Etter (E)	1919	135

Diskuter om du vil konkludere med at omorganiseringen var vellykket eller ikke.

Oppgave 2 [Nov 2018, oppg. 4]

Vi ser på et oppdrettsanlegg for laks. Vi antar vektene av laksene er normalfordelte med ukjent forvetningsverdi μ og ukjent standardavvik σ.

Oppgave 2 [Nov 2018, oppg. 4]

Vi ser på et oppdrettsanlegg for laks. Vi antar vektene av laksene er normalfordelte med ukjent forvetningsverdi μ og ukjent standardavvik σ.

a) Vi gjør et tilfeldig utvalg: $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$. Vi observerer $\sum_{i=1}^{10} x_i = 53.37$ og $\sqrt{\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})^2} = 0.73$. Oppgi et uttrykk for et 95% prediksjonsintervall for en ny observasjon, og regn ut tallverdier for prediksjonsintervallet.

Oppgave 2 [Nov 2018, oppg. 4]

Vi ser på et oppdrettsanlegg for laks. Vi antar vektene av laksene er normalfordelte med ukjent forvetningsverdi μ og ukjent standardavvik σ.

b) Anta variansen er kjent $\sigma^2 = 1$. Vi skal utføre hypotesetesten $H_1 : \mu > 5$ mot $H_0 : \mu = 5$ med signifikansnivå $\alpha = 0.05$ basert på et tilfeldig utvalg av størrelse n. Utled et uttrykk for minste n slik at styrken til testen er minst 95% når sann forventningsverdi er $\mu_{\mathrm{T}} = 5.5$, og finn tallverdi for minste n.

Oppgave 3 [Mai 2019, oppg. 7]

La X_1 og X_2 være uavhengige og uniformt fordelte på intervallet $[\theta, \theta + 1]$, der θ er en ukjent konstant. Vi skal utføre hypotesetesten $H_1 : \theta > 0$ mot $H_0 : \theta = 0$. To forkastningsregler er foreslått:

A. Forkast H_0 hvis $x_1 > 0.95$.

B. Forkast H_0 hvis $x_1 + x_2 > k$, der k er en ukjent kritisk verdi som skal bestemmes.

Oppgave 3 [Mai 2019, oppg. 7]

La X_1 og X_2 være uavhengige og uniformt fordelte på intervallet $[\theta, \theta + 1]$, der θ er en ukjent konstant. Vi skal utføre hypotesetesten $H_1 : \theta > 0$ mot $H_0 : \theta = 0$. To forkastningsregler er foreslått:

A. Forkast H_0 hvis $x_1 > 0.95$.

B. Forkast H_0 hvis $x_1 + x_2 > k$, der k er en ukjent kritisk verdi som skal bestemmes.

1. Finn sannsynligheten for type I feil for forkastningsregel 1.

Oppgave 3 [Mai 2019, oppg. 7]

La X_1 og X_2 være uavhengige og uniformt fordelte på intervallet $[\theta, \theta + 1]$, der θ er en ukjent konstant. Vi skal utføre hypotesetesten $H_1 : \theta > 0$ mot $H_0 : \theta = 0$. To forkastningsregler er foreslått:

A. Forkast H_0 hvis $x_1 > 0.95$.

B. Forkast H_0 hvis $x_1 + x_2 > k$, der k er en ukjent kritisk verdi som skal bestemmes.

1. Finn sannsynligheten for type I feil for forkastningsregel 1.
2. For forkastingsregel A, finn et uttrykk for testens styrke som en funksjon av sannheten verdi $\theta = \tau$ og skisser grafen til denne funksjonen.

Oppgave 3 [Mai 2019, oppg. 7]

La X_1 og X_2 være uavhengige og uniformt fordelte på intervallet $[\theta, \theta + 1]$, der θ er en ukjent konstant. Vi skal utføre hypotesetesten $H_1 : \theta > 0$ mot $H_0 : \theta = 0$. To forkastningsregler er foreslått:

A. Forkast H_0 hvis $x_1 > 0.95$.

B. Forkast H_0 hvis $x_1 + x_2 > k$, der k er en ukjent kritisk verdi som skal bestemmes.

1. Finn sannsynligheten for type I feil for forkastningsregel 1.
2. For forkastingsregel A, finn et uttrykk for testens styrke som en funksjon av sannheten verdi $\theta = \tau$ og skisser grafen til denne funksjonen.
3. Vi krever at forkastningsregler A og B skal ha identisk sannsynlighet for type I feil. Finn tallverdien til k.