NTNU

Det skapende universitet

Pensumsdiskusjonsforelesning

Konfidensintervaller for forventningsverdier og varianser

Geir-Arne Fuglstad

Uke 12

Oppgave 1

Vi ønsker å bestemme gjennomsnittshøyden av alle voksne menn i Norge. Vi gjør et tilfeldig utvalg av størrelse 30 fra populasjonen av voksne menn i Norge. Gjennomsnittshøyden til de 30 mennene er 180.3 cm.

Oppgave 1

Vi ønsker å bestemme gjennomsnittshøyden av alle voksne menn i Norge. Vi gjør et tilfeldig utvalg av størrelse 30 fra populasjonen av voksne menn i Norge. Gjennomsnittshøyden til de 30 mennene er 180.3 cm.

a) Anta at standardavviket til populasjonen $\sigma = 7$ er kjent. Regn ut et 95% konfidensintervall for gjennomsnittshøyden av alle voksne menn i Norge.

Oppgave 1

Vi ønsker å bestemme gjennomsnittshøyden av alle voksne menn i Norge. Vi gjør et tilfeldig utvalg av størrelse 30 fra populasjonen av voksne menn i Norge. Gjennomsnittshøyden til de 30 mennene er 180.3 cm.

b) Du har regnet ut $s^2 = \sum_{i=1}^{30}(x_i - \bar{x})^2/29 = 55$. Anta at du ikke kan anta at $\sigma^2 = s^2$. Regn ut et 95% konfidensintervall for gjennomsnittshøyden av alle voksne menn i Norge. Hvilke ekstra antagelser må du gjøre?

Oppgave 1

Vi ønsker å bestemme gjennomsnittshøyden av alle voksne menn i Norge. Vi gjør et tilfeldig utvalg av størrelse 30 fra populasjonen av voksne menn i Norge. Gjennomsnittshøyden til de 30 mennene er 180.3 cm.

c) Forklar hvordan svarene i a) og b) begge kan være 95% konfidensintervaller selv om de har forskjellige bredde.

Oppgave 1

Vi ønsker å bestemme gjennomsnittshøyden av alle voksne menn i Norge. Vi gjør et tilfeldig utvalg av størrelse 30 fra populasjonen av voksne menn i Norge. Gjennomsnittshøyden til de 30 mennene er 180.3 cm.

c) Forklar hvordan svarene i a) og b) begge kan være 95% konfidensintervaller selv om de har forskjellige bredde.

d) Du ser på konfidensintervallene i a) og b) og velger det minste av dem. Er resultatet et 95% konfidensintervall?

Oppgave 2

En maskin produserer kjøttdeigpakker som merkes med 400 gram. Det er nødvendig å regelmessig verifisere at variasjonen i faktisk vekt ikke er uakseptabel høy. Du planlegger å veie 101 pakker. La $X_1, X_2, \ldots, X_{101}$ betegne vektene til pakkene. Du observerer $\bar{x} = 400.1$ og $\sum_{i=1}^{101} x_i^2 = 16168695$.

Oppgave 2

En maskin produserer kjøttdeigpakker som merkes med 400 gram. Det er nødvendig å regelmessig verifisere at variasjonen i faktisk vekt ikke er uakseptabel høy. Du planlegger å veie 101 pakker. La $X_1, X_2, \ldots, X_{101}$ betegne vektene til pakkene. Du observerer $\bar{x} = 400.1$ og $\sum_{i=1}^{101} x_i^2 = 16168695$.

a) Regn ut empirisk varians og empirisk standardavvik.

Oppgave 2

En maskin produserer kjøttdeigpakker som merkes med 400 gram. Det er nødvendig å regelmessig verifisere at variasjonen i faktisk vekt ikke er uakseptabel høy. Du planlegger å veie 101 pakker. La $X_1, X_2, \ldots, X_{101}$ betegne vektene til pakkene. Du observerer $\bar{x} = 400.1$ og $\sum_{i=1}^{101} x_i^2 = 16168695$.

b) Anta at vektene er uavhengige og identisk normalfordelte. Regn ut et 95% konfidensintervall for standardavviket til vektene.

Oppgave 2

En maskin produserer kjøttdeigpakker som merkes med 400 gram. Det er nødvendig å regelmessig verifisere at variasjonen i faktisk vekt ikke er uakseptabel høy. Du planlegger å veie 101 pakker. La $X_1, X_2, \ldots, X_{101}$ betegne vektene til pakkene. Du observerer $\bar{x} = 400.1$ og $\sum_{i=1}^{101} x_i^2 = 16168695$.

c) Er antagelsen om normalfordeling nødvendig?

Oppgave 3

Anta at vi har n uavhengige og identiske fordelte observasjoner $X_1, X_2, \ldots, X_n$ fra en fordeling med forventningsverdi μ og varians $\sigma^2 = g(\mu)$. Anta at $g(\mu) > 0$ for de mulige verdiene av μ.

Oppgave 3

Anta at vi har n uavhengige og identiske fordelte observasjoner $X_1, X_2, \ldots, X_n$ fra en fordeling med forventningsverdi μ og varians $\sigma^2 = g(\mu)$. Anta at $g(\mu) > 0$ for de mulige verdiene av μ.

a) Gi to eksempler på slike situasjoner.

Oppgave 3

Anta at vi har n uavhengige og identiske fordelte observasjoner $X_1, X_2, \ldots, X_n$ fra en fordeling med forventningsverdi μ og varians $\sigma^2 = g(\mu)$. Anta at $g(\mu) > 0$ for de mulige verdiene av μ.

a) Gi to eksempler på slike situasjoner.

b) Utled et tilnærmet 95% konfidensintervall for μ.

Oppgave 4

Hvis det er tid.

La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være uavhengig og identisk normalfordelte med forvetningsverdi μ og varians σ^2. Finn forventningsverdi og varians for

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2.$$