Sannsyn

Ein **sannsynsmål** på eit utfallsrom S er ein reell funksjon definert på hendingane i S slik at:

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subset S$.
2. $P(S) = 1$ (det følger at $P(\emptyset) = 0$))
3. Dersom $A_1, A_2, \dots$ er parvis disjunkte (dvs. $A_i \cap A_j = \emptyset$ for alle $i \neq j$), så er

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Uniform sannsynsmodell

Dersom $S = \{x_1, \dots, x_m\}$ og $P(\{x_1\}) = \dots = P(\{x_m\}) = w$ så har me ein uniform sannsynsmodell. Det blei vist i timen at $w = \frac{1}{m}$.

La $A = \{x_{i1}, \dots, x_{ig}\}$ vere ei hending med g utfall.
Definer hendingane $A_1 = \{x_{i1}\}, A_2 = \{x_{i2}\}, \dots, A_g = \{x_{ig}\}, A_{g+1} = \emptyset, A_{g+2} = \emptyset, \dots$. Merk at:

- $A_s \cap A_t = \emptyset$ for alle $s \neq t$, dvs. at hendingane er parvis disjunkte.
- $A = \cup_{k=1}^{\infty} A_k$

Då har me at

$$\begin{aligned} P(A) &= P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k) \end{aligned}$$

frå krav 3 i definisjonen av eit sannsynsrom. Me nyttar det same trikset som i førelesinga ved å skrive summen over som to summar; ein for dei første g elementa (dei ikkje tomme hendingane) og ein for alle dei andre (alle hendingar som er den tomme mengda).

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=1}^{g} P(A_k) + \sum_{k=g+1}^{\infty} P(A_k) \\ &= \sum_{k=1}^{g} P(\{x_{ik}\}) + \sum_{k=g+1}^{\infty} P(\emptyset) \end{aligned}$$

der den siste overgangen følger av definisjonen for A_i. Som vist i timen er $P(\emptyset) = 0$ og derfor vil den siste summen falle bort. Sidan $P(\{x_{ik}\}) = w = \frac{1}{m}$ i ein uniform sannsynsmodell får me

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=1}^{g} \frac{1}{m} \\ &= \frac{g}{m} \end{aligned}$$

som er antall gunstige delt på antall moglege.