NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Forelesing 6 - Simultanfordeling

Torstein Fjeldstad
Institutt for matematiske fag, NTNU
25.01.2018

I dag

- Simultanfordeling
- Kahoot

Repetisjon I

Stokastisk variabel (def. 3.1)

Ein **stokastisk variabel** X er ein funksjon som assosierar eit reellt tal med kvart element i utfallsrommet S, dvs. $X : S \to \mathbb{R}$.

Notasjon

- X, Y: store bokstavar for stokastiske variable
- x, y: små bokstavar for utfall (datapunkt/målingar)

Repetisjon II

Sannsynsfordeling

Diskret	Kontinuerleg
$f(x) \geq 0$ for alle x	$f(x) \geq 0$ for alle x
$\sum_x f(x) = 1$	$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$
$P(X = x) = f(x)$	$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$

Repetisjon III

Kontinuerleg kumulativ fordeling

Den kumulative fordelinga til ein stokastisk variabel X er:

Diskret : $F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$ for $-\infty < x < \infty$

Kontinuerleg : $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\mathrm{d}t$ for $-\infty < x < \infty$

Repetisjon IV

Eigenskapar kontinuerleg kumulativ fordeling

- $0 \leq F(x) \leq 1$ (merk $f(x)$ kan vere større enn 1)
- $F(x)$ er ikkje-avtakande og kontinuerleg
- $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$ og $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1$
- $f(x) = F'(x)$

Simultan fordeling

Diskret

Funksjonen $f(x, y)$ er ein simultan sannsynstettleik for dei diskrete stokastiske variablane X og Y dersom

1. $f(x, y) \geq 0$ for alle (x, y)
2. $\sum_x \sum_y f(x, y) = 1$
3. $P(X = x, Y = y) = f(x, y)$

Simultan fordeling

Diskret

Funksjonen $f(x, y)$ er ein simultan sannsynstettleik for dei diskrete stokastiske variablane X og Y dersom

1. $f(x, y) \geq 0$ for alle (x, y)
2. $\sum_x \sum_y f(x, y) = 1$
3. $P(X = x, Y = y) = f(x, y)$

Kontinuerleg

Funksjonen $f(x, y)$ er ein simultan sannsynstettleik for dei kontinuerlege stokastiske variablane X og Y dersom

1. $f(x, y) \geq 0$ for alle (x, y)
2. $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \mathrm{d}x \mathrm{d}y = 1$
3. $P((X, Y) \in A) = \int \int_A f(x, y) \mathrm{d}x \mathrm{d}y$ for alle A i xy-planet

Eksempel i timen

$y \backslash x$	0	1	2	3	
0	0.0455	0.136	0.068	0.0045	
1	0.182	0.273	0.0545	0	
2	0.136	0.082	0	0	
3	0.0182	0	0	0	
					1

Eksempel i timen

$y \backslash x$	0	1	2	3	$h(y)$
0	0.0455	0.136	0.068	0.0045	0.245
1	0.182	0.273	0.0545	0	0.5095
2	0.136	0.082	0	0	0.218
3	0.0182	0	0	0	0.0182
$g(x)$	0.382	0.491	0.123	0.0045	1

Marginalfordeling

Marginalfordeling

Marginalfordelinga til X og Y er høvevis

$$g(x) = \sum_y f(x,y) \qquad \text{og} \qquad h(y) = \sum_x f(x,y)$$

i diskret tilfelle, og

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\mathrm{d}y \qquad \text{og} \qquad h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\mathrm{d}x$$

i kontinuerleg tilfelle.

Betinga fordeling

Betinga fordeling

La X og Y vere stokastiske variable (diskrete eller kontinuerlege).
Den betinga fordelinga til Y gjeve $X = x$ er

$$f(y|x) = \frac{f(x,y)}{g(x)} \qquad ; \qquad g(x) > 0$$

Uavhengighet

Uavhengighet

To stokastiske variable X og Y er uavhengige viss

$$f(x, y) = g(x)h(y) \qquad \text{for alle } (x, y).$$

Neste veke

— Forventningsverdi og varians (kap. 4)