NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Forelesing 3 - Kombinatorikk/teljereglar og betinga sannsyn

Torstein Fjeldstad
Institutt for matematiske fag, NTNU
16.01.2018

Plan for dagen

- Repetisjon
- Kombinatorikk og teljereglar
- Betinga sannsyn

Hendingar (kap. 2.2) I

Hending (def. 2.2)

Ei **hending** er ei delmengd av S, dvs. dersom $E \subset S$ er E ei hending.

Kompliment (def. 2.3)

Komplimentet til ei hending A er alle utfall i S som ikkje er med i A:

$$A^c = A' = \{x \in S | x \notin A\}.$$

Hendingar (kap. 2.2) II

Snitt (def. 2.4)

Snittet av to hendingar A og B er hendinga av alle utfall som er i *båe* A og B:

$$A \cap B = \{x \in S | x \in A \text{ og } x \in B\}.$$

Disjunkt (def. 2.5)

To hendingar A og B er **disjunkte** dersom dei ikkje har noko felles utfall, dvs

$$A \cap B = \emptyset.$$

Hendingar (kap. 2.2) III

Union (def. 2.6)

Unionen av to hendingar A og B er hendinga som inneheld alle utfall som er i A, eller B, eller båe A og B:

$$A \cup B = \{x \in S | x \in A \text{ og/eller } x \in B\}.$$

Sannsyn (kap. 2.4)

Sannsyn (def. 2.9)

Ein **sannsynsmål** på eit utfallsrom S er ein reell funksjon definert på hendingane i S slik at:

— $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subset S$.

— $P(S) = 1$

— Dersom $A_1, A_2, \ldots$ er parvis disjunkte (dvs. $A_i \cap A_j = \emptyset$ for alle $i \neq j$), så er

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Sannsyn (kap. 2.4)

Sannsyn (def. 2.9)

Ein **sannsynsmål** på eit utfallsrom S er ein reell funksjon definert på hendingane i S slik at:

- $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subset S$.
- $P(S) = 1$
- Dersom $A_1, A_2, \ldots$ er parvis disjunkte (dvs. $A_i \cap A_j = \emptyset$ for alle $i \neq j$), så er
$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Korleis kan me tolke $P(A)$?

Additive reglar (kap. 2.5)

Addisjonssetninga (teorem 2.7)

La A og B vere to hendingar:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Komplimentærsetninga (teorem 2.9)

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Uniform sannsynsmodell

Teorem (regel 2.3)

Dersom $S = \{x_1, \ldots, x_m\}$ og $P(x_1) = \ldots P(x_m) = w$ har me ein *uniform sannsynsmodell*.

Teorem (regel 2.3)

Anta ein uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{x_1, \ldots, x_g\}$ vere ei hending med g enkeltutfall. Då er

$$P(A) = \frac{\text{tal på utfall i } A}{\text{tal på utfall i } S} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}.$$

Uniform sannsynsmodell

Teorem (regel 2.3)

Dersom $S = \{x_1, \dots, x_m\}$ og $P(x_1) = \dots P(x_m) = w$ har me ein *uniform sannsynsmodell*.

Teorem (regel 2.3)

Anta ein uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{x_1, \dots, x_g\}$ vere ei hending med g enkeltutfall. Då er

$$P(A) = \frac{\text{tal på utfall i } A}{\text{tal på utfall i } S} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}.$$

Korleis kan me finne g og m?

Referansegruppe

- Me treng (minst) tre frivillige til referansegruppa dette semesteret
- 3 møter
- Ved semesterslutt må de skrive ein kort rapport

Multiplikasjonssetninga

Multiplikasjonssetninga (regel 2.2)

Dersom ein jobb består av k separate oppgåver, der den i-te kan gjennomførast på n_i måter, kan heile jobben gjerast på

$$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$$

ulike måter.

Permutasjon

Definisjon

Ein permutasjon er eit r-tuppel frå ei mengde av n element der ingen av element opptrer meir enn ein gong.
Merk: $r \leq n$.

Repetisjon I

Multiplikasjonssetninga (regel 2.2)

Dersom ein jobb består av k separate oppgåver, der den i-te kan gjennomførast på n_i måter, kan heile jobben gjerast på

$$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$$

ulike måter.

	Utan tilbakeleggjing	**Med tilbakeleggjing**
Ordna utval	$\frac{n!}{(n-r)!}$	n^r
Uordna utval	$\binom{n}{r}$	

Repetisjon II

Betinga sannsyn (def. 2.10)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$.

I morgon

— Kap 2.6 Betinga sannsyn og uavhengighet (eksempel)
— Kap 2.7 Lova om totalt sannsyn og Bayes sin regel