



Forelesing 20

Student t-fordelinga

Torstein Fjeldstad

Institutt for matematiske fag, NTNU

14.03.2018

Korreksjon frå i går



Student t-fordelinga har sannsynstettleik:

$$f(t; \nu) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\pi\nu}} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad -\infty < t < \infty.$$

I dag



- Student t-fordelinga
- Konfidensintervall for σ i normalfordelinga
- Konfidensintervall for p i binomisk fordeling



Kji-kvadratfordeling (χ^2 -fordeling)

Sannsynstettleiken til ein χ^2 -fordelt variabel X er:

$$f(x; \nu) = \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\frac{\nu}{2})} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}.$$

Det kan visast at

$$E(X) = \nu \quad \text{og} \quad \text{Var}(X) = 2\nu.$$

Repetisjon II



Utvalgsfordelinga til S^2

Dersom X_1, X_2, \dots, X_n er uavhengige og $X_i \sim n(x_i; \mu, \sigma)$ er

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^2 \sim \chi_{n-1}^2$$

og $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ og \bar{X} er uavhengige.

Repetisjon III

Student t-fordelinga

La $Z \sim n(z; 0, 1)$ og $V \sim \chi^2_\nu$ der Z og V er uavhengige. Då vil fordelinga

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{V}{\nu}}}$$

ha sannsynstettleik

$$f(t; \nu) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\pi\nu}} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad -\infty < t < \infty.$$

Utleddning av konfidensintervall

Situasjon: Anta X_1, X_2, \dots, X_n tilfeldig utval frå $f(x; \theta)$ -populasjonen.
Ynskjer eit $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ konfidensintervall for θ .

1. Finn ein estimator for θ , $\hat{\theta}$ (t.d. SME)
2. La $Z = h(\hat{\theta}, \theta)$ der $h(\cdot, \cdot)$ er ein funksjon s.a. Z har ei kjend fordeling.
3. Då har me at

$$P(z_{1-\alpha/2} \leq h(\hat{\theta}, \theta) \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

4. Løys ulikskapane (mhp. θ) kvar for seg og finn eit uttrykk med θ i midten

$$P(\hat{\theta}_L(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq \theta \leq \hat{\theta}_U(X_1, X_2, \dots, X_n)) = 1 - \alpha$$

5. Et $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ konfidensintervall for θ er

$$\left[\hat{\theta}_L(X_1, X_2, \dots, X_n), \hat{\theta}_U(X_1, X_2, \dots, X_n) \right]$$

Neste veke

- Prediksjonsintervall
- Hypotesetesting

