Forelesing 11
Kontinuerlege fordelingar

Torstein Fjeldstad
Institutt for matematiske fag, NTNU
13.02.2018

I dag

- Uniformfordelinga
- Normalfordelinga

Repetisjon

Kontinuerleg sannsynsfordeling

Funksjonen $f(x)$ er ei sannsynsfordeling (sannsynstettleik) for den kontinuerlege stokastiske variabelen X, definert på $\mathbb{R}^+$, dersom

1. $f(x) \geq 0$ for alle x
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$
3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$

Kumulativ fordeling

Den kumulative fordelinga til ein kontinuerleg stokastisk variabel X, med sannsynsfordeling $f(x)$, er

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\mathrm{d}t \qquad -\infty < x < \infty.$$

Uniform fordelinga

Definisjon

Sannsynstettleiken til ein kontinuerleg uniform stokastisk variabel X på intervallet $[A, B]$ er:

$$f(x; A, B) = \begin{cases} \frac{1}{B-A} & A \leq x \leq B \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}.$$

Forventningsverdi og varians

Forventningsverdien og variansen til ein kontinuerleg uniform stokastisk variabel X er

$$E(X) = \frac{A+B}{2} \qquad Var(X) = \frac{(B-A)^2}{12}.$$

Normalfordelinga I

Definisjon

Sannsynstettleiken til ein normalfordelt stokastisk variabel X med forventningsverdi μ og varians σ^2 er

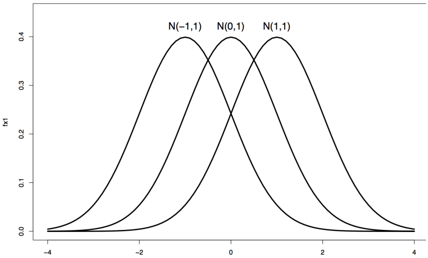
$$f(x;\mu,\sigma) = n(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \qquad -\infty < x < \infty.$$

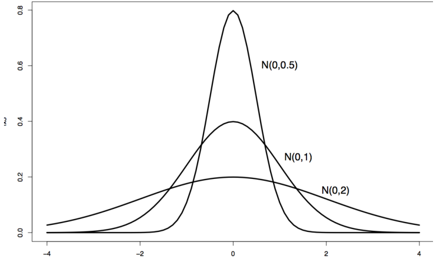
Normalfordelinga II

Eigenskapar til $n(x; \mu, \sigma)$

1. Mode for $x = \mu$
2. Kurva er symmetrisk om $x = \mu$
3. μ er tyngdepunktet til fordelinga ($E(X) = \mu$)
4. Kurva har vendepunkt for $x = \mu \pm \sigma$: den er konkav ned for $\mu - \sigma < x < \mu + \sigma$ og konkav opp elles
5. $\lim_{x \to \pm\infty} n(x; \mu, \sigma) = 0$
6. Arealet under kurva er 1

Normalfordelinga III





I morgon

— Normal tilnærming til binomisk fordeling og eksponentialfordelinga