NTNU

Kunnskap for ei betre verd

Forelesing 9 - Diskrete sannsynsfordelingar

Torstein Fjeldstad

Institutt for matematiske fag, NTNU

06.02.2018

I dag

- Bernoulli, binomisk og multinomisk fordeling
- Hypergeometrisk fordeling

Repetisjon I

Diskret stokastisk variabel

Ein stokastisk variabel som har eit endeleg eller tellbart uendeleg tal på utfall.

Diskret fordeling

Paret $(x, f(x))$ vert kalla fordelinga til den diskret stokastiske variabelen X dersom

— $f(x) \geq 0$ for alle x

— $\sum_x f(x) = 1$

— $P(X = x) = f(x)$

Repetisjon II

Binomialkoeffisienten

Talet på mogleg kombinasjonar i eit uordna utval der ein trekk x individ utan tilbakeleggjing frå ein populasjon med totalt n individ er:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}.$$

Bernoulli-prosess og binomisk fordeling

Krav Bernoulli-prosess

1. n uavhengige forsøk
2. I kvart forsøk i har me suksess, $I_i = 1$, eller ikkje-suksess, $I_i = 0$
3. Sannsynet for suksess er konstant for alle n forsøka;
   $p = P(I_i = 1)$ for alle $i = 1, \ldots, n$

Binomisk fordeling

La $X = \sum_{i=1}^{n} I_i$ vere talet på suksessar i ein Bernoulli-prosess. Då er X binomisk fordelt med

$$P(X = x) = b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}.$$

Multinomisk fordeling

Krav multinomisk-prosess

1. n uavhengige forsøk
2. Kvart forsøk resulterar i nøyaktig ein av R kategoriar
3. Sannsynet for kvar kategori r er lik i kvart forsøk i:
   $P(\text{kategori } r) = p_r$

Multinomisk fordeling

Tala på utfall $X = (X_1, \ldots, X_R)$ i ein mulitnomisk-prosess er multinomisk fordelt med

$$f(x_1, \ldots, x_R; n, p_1, \ldots, p_R) = \binom{n}{x_1, \ldots, x_R} p_1^{x_1} \ldots p_R^{x_R}$$

der $\sum_{r=1}^{R} x_r = n$ og $\sum_{r=1}^{R} p_r = 1$.

Hypergeometrisk fordeling

Situasjon hypergeometrisk fordeling

— Urne med N kuler

— k blåe kuler (suksess)

— $N - k$ raude kuler (fiasko)

— Trekk n kuler (utan tilbakelegging)

— X er talet på dei trekte kulene som er blåe (talet på suksessar)

Hypergeometrisk fordeling

En hypergeometrisk stokastisk variabel X har fordeling

$$f(x; N, n, k) = h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-k}}{\binom{N}{n}}.$$

I morgon

- Negativ binomisk og geometrisk fordeling
- Poissonfordeling