



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for matematiske fag

TMA4245  
Statistikk

Øving nummer b3

**Oppgave 1** Oppgave 9.71 fra læreboka.

**Oppgave 2** Oppgave 10.2 fra læreboka.

**Oppgave 3** Oppgave 10.8 fra læreboka.

**Oppgave 4** Oppgave 10.23 fra læreboka.

**Oppgave 5 Eksamen juni 1999, oppgåve 3 av 3**

På ein av vegane inn til Trondheim er UP interessert i å måle effekten av ei holdingskampanje der målet var å få folk til å redusere farten på ei bestemt vegstrekning. På ein dag blei farten på 12 bilar målt. Vi skal gå utifrå at desse målingane er uavhengige og normalfordelte variable med forventning  $\mu$  og standardavvik  $\sigma$ . Dei tolv observerte fartsmålingane er gitt nedanfor.

$x_i$ : 75 61 85 65 69 82 70 67 62 93 77 74

Det oppgis at  $\sum_{i=1}^{12} x_i = 880$  og  $\sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2 = 1034.7$ .

a) Forklar kva parameteren  $\mu$  betyr i denne samanhengen. Skriv opp rimelege estimatorar for  $\mu$  og  $\sigma$  i denne situasjonen. Kva blir estimata?

b) Forklar kva som meinast med *type 1 feil* når vi utfører ein hypotesetest.

Frå tidlegare undersøkingar har ein at gjennomsnittsfarten (av veldig mange bilar) var på  $77 \text{ km/t}$ . Tyder resultatata frå desse målingane på at forventa fartsnivå på strekninga er lågare enn  $77 \text{ km/t}$ ? Formuler spørsmålet som ein hypotesetest, gjennomfør testinga og gje konklusjonen. Bruk 5% signifikansnivå.

I punkt c) kan du gå utifrå at  $\sigma = 10 \text{ km/t}$ .

- c) Forklar kva vi meiner med *type 2 feil* og kva som er samanhengen mellom denne og *styrken* til ein test. Gå utifrå at forventta fart til bilane er gått ned til  $74\text{km/t}$ . Finn sannsynet for at vi i testen i **b)** vil påstå at forventta fart til bilane er blitt lågare enn  $77\text{km/t}$ .

Finn deretter ut kor mange bilar vi må måle farten til for å få ein test som har styrke minst 0.90 når forventta fart  $\mu = 74\text{km/t}$ . Signifikansnivået skal framleis vere 5%.

### Oppgave 6 Eksamen mai 2002, oppgave 3 av 3

Et kommunalt kloakkrensingsanlegg har en utslippstillatelse for fosfor på  $0,20\text{ mg/l}$ . En miljøorganisasjon mener anlegget er nedslitt og ikke oppfyller utslippskravene. For å underbygge sine påstander, får de analysert fosforinnholdet i ti prøver av utslippene fra rensingsanlegget,  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ . Det er rimelig å anta at prøvene er uavhengige og normalfordelte med forventningsverdi lik det virkelige fosforinnholdet og *kjent* standardavvik på  $0,02\text{ mg/l}$ .

Resultatene målt i  $\text{mg/l}$  av prøvene ble:

0,2188 0,1782 0,1960 0,1884 0,2300 0,2446 0,2242 0,1950 0,2146 0,2055

Det oppgis at  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 2,0954$ .

Miljøorganisasjonen ønsker å påvise at utslippene fra anlegget er høyere enn  $0,20\text{ mg/l}$ .

- a) Formuler problemstillingen som en hypotesetest og beregn et forkastningsområde. Benytt signifikansnivå 0,05. Hva blir konklusjonen på testen når dataene er som over?

Miljøorganisasjonen mener konklusjonen fra forsøket kom av at forsøket var for dårlig planlagt, og at ti prøver ikke var tilstrekkelig for å avsløre et for høyt utslipp.

- b) Hvor stor er sannsynligheten for å oppdage avviket ved bruk av testen over på ti nye prøver hvis utslippet fra anlegget er på  $0,21\text{ mg/l}$ ?

Hvor mange observasjoner er nødvendig for at et utslipp på  $0,21\text{ mg/l}$  skal oppdages med 90 % sannsynlighet?

### Oppgave 7 Norske jordskjelv — Eksamen november 2002, oppgave 2 av 3, punkt a-b av a-e

Den absolutte styrken av eit jordskjelv blir målt på Richter-skalaen, som er ein logaritmisk skala. Det sterkaste norske jordskjelvet som er registrert, er målt til 5.8 på denne skalaen. I punkt **7a)** og **7b)** skal vi spesielt ta for oss jordskjelv registrert på den norske kontinental-sokkelen utanfor Midt-Norge av en slik styrke at dei kan registrerast av mennesker. Basert på historiske data fram til 1980, er det rimelig å gå ut i frå at den absolutte styrken av desse er normalfordelt med forventning  $\mu = 4.2$  og standardavvik  $\sigma = 0.4$ .

- a) For at vesentlege skader skal skje, reknar ein at styrken på Richter-skalaen må overstige 5.4. Finn sannsynet for at den absolutte styrken av eit vilkårlig slikt jordskjelv utanfor Midt-Norge skal overstige 5.4.

Finn og ein verdi slik at det er berre 5% sannsynleg at den absolutte styrken av slike jordskjelv skal overstige  $k$ .

Siden 1980 er det registrert 9 jordskjelv av den gitte typen med følgende absolutte styrke målt på Richter-skalaen: 4.8, 3.5, 3.8, 5.3, 3.8, 3.5, 3.5, 3.5, 4.0. Du kan gå ut i frå at disse målingane er realiseringar av 9 uavhengige identisk normalfordelte variable  $Y_1, Y_2, \dots, Y_9$ . For desse tala er

$$\bar{y} = 3.967 \quad \text{og} \quad \sum_{i=1}^9 (y_i - \bar{y})^2 = 3.40.$$

Variansen skal vi no gå ut i frå er ukjend.

- b) Ein er interessert i å finne ut om forventta absolutt styrke av slike jordskjelv har auka som ei følge av den norske oljeaktiviteten. Formuler dette som ein hypotesetest med nullhypotese og alternativ hypotese.

Utfør testen. Kva blir konklusjonen når signifikansnivået er sett til 5%?

## Fasit

5. a)  $\bar{x} = 73.3, s = 9.7$  b)  $H_0 : \mu = 77$  mot  $H_1 : \mu < 77$ , Forkaster ikke  $H_0$  c) Må måle farten på 96 bilar eller fleir

6. a) Forkaster ikke  $H_0$  b) 0.48, 35

7. a) 0.0013, 4.858 b) Forkaster ikke  $H_0$