



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4245
Statistikk

Øving nummer 3

Oppgave 1 En masseprodusert enhet leveres i esker á 8 stk. En grossist som kjøper et større parti slike esker, betinger seg rett til følgende stikkprøvekontroll ved mottakelsen:

Av hver eske velges 2 enheter tilfeldig. Er begge i orden, godtas esken uten videre og passerer kontrollen. Hvis ikke begge er i orden, kontrolleres samtlige enheter i vedkommende eske, og alle defekte enheter i esken byttes ut med kontrollerte enheter, hvoretter esken passerer kontrollen.

- Bergrn sannsynligheten $p(d)$ for at stikkprøven fra en eske med akkurat d defekte skal være feilfri. Skisser $p(d)$.
- Anta at samtlige esker ved ankomsten inneholdt akkurat d defekte hver. La Z betegne antall defekte i en eske som er tilfeldig valgt blant dem som har passert kontrollen. Finn sannsynlighetsfordelingen for Z , og bestem $E(Z)$ og $\text{Var}(Z)$. Hvilke(n) verdi(er) av d er minst gunstig for grossisten?

Oppgave 2 Vis at

$$\begin{aligned}\text{Var}\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \text{Cov}(X_i, X_j) \\ &= \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(X_i) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j<i}^n a_i a_j \text{Cov}(X_i, X_j)\end{aligned}$$

Det er nok at du viser det i det tilfellet at $E(X_i) = 0$ for $i = 1, 2, \dots, n$. Da er $\text{Var}\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = E\left[\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right)^2\right]$

Oppgave 3 X er kontinuerlig fordelt med sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} nx^{n-1} & \text{dersom } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Finn fordelingsfunksjonen $F(x)$ til X . Finn sannsynligheten for at X ligger mellom $\frac{1}{4}$ og $\frac{3}{4}$ når $n = 1$ og når $n = 2$. Finn medianen til X , dvs. den verdi av a som er slik at $P(X \leq a) = \frac{1}{2}$, når $n = 1$ og når $n = 2$. Finn forventningsverdien til X når $n = 1$ og når $n = 2$ og sammenlign med de korresponderende medianer.

Oppgave 4 Oppgave 4.47 fra læreboka.

Oppgave 5 Oppgave 4.50 fra læreboka.

Oppgave 6 Oppgave 4.55 fra læreboka.

Oppgave 7 Oppgave 4.64 fra læreboka.

Oppgave 8 Oppgave 4.65 fra læreboka.

Oppgave 9 Oppgave 4.70 fra læreboka.

Oppgave 10 Oppgave 4.73 fra læreboka.

Fasit

1. b) $d = 2$ eller 3 er minst gunstig