



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4245 Statistikk
Høst 2015

Øving nummer 3, blokk I

Oppgave 1

La A og B være to hendelser der $P(A) > 0$ og $P(B) > 0$. Hva menes med at

- hendelsene A og B er uavhengige?
- hendelsene A og B er disjunkte?

Gi et eksempel på to hendelser som er uavhengige, samt et eksempel på to hendelser som er disjunkte. Hvorfor kan ikke to disjunkte hendelser være uavhengige?

Oppgave 2

En engelsk-talende turist besøker et Europeisk land der morsmålet ikke er engelsk. Til turistens fortvilelse så viser det seg at få innfødte snakker engelsk. Først føler turisten seg desorientert, men så blir han fortalt at statistisk sett er det slik at

- en av 10 innfødte snakker engelsk
- en av 5 personer han møter er turist
- en av to turister snakker engelsk

Ved å hjelp av sannsynlighetsregning klarer turisten å få et overblikk over situasjonen sin.

- a) Lag først et venndiagram over situasjonen.
- b) Finn sannsynligheten for at en person som turisten vår møter snakker engelsk.
- c) Hva er sannsynligheten for at en person som turisten møter er en innfødt gitt at personen snakker engelsk?

Oppgave 3

En kartong med 10 pakker vaskepulver er ved en feil kommet til å inneholde 2 undervektige pakker, mens de øvrige 8 har riktig vekt. Feilen blir oppdaget, og en trekker (uten tilbakelegging) en og en pakke av gangen og kontrollveier inntil en vet hvilke to pakker som er undervektige og kan fjerne disse.

- a) Hva er sannsynligheten for at den første pakken som trekkes er undervektig?

- b) Hva er sannsynligheten for at den andre pakken som trekkes er undervektig, når en vet at den første pakken som ble trukket hadde riktig vekt?
- c) Tenk deg at den første trukne pakken *ikke* kontrollveies før den andre pakken trekkes. Hvor stor er da sannsynligheten for at pakken som trekkes i andre trekning er undervektig?
- d) Hvor stor er sannsynligheten for at de to undervektige pakkene ikke er funnet når 4 pakker er trukket og kontrollveid?
- e) La X betegne antall pakker som må kontrollveies før en vet hvilke to pakker som er undervektige. Utled sannsynlighetsfordelingen for X og fremstill punktsannsynligheten grafisk.

Oppgave 4

Levetiden (målt i år), X , til en bestemt type mekaniske komponenter har vist seg å følge en fordeling med kumulativ fordelingsfunksjon gitt ved

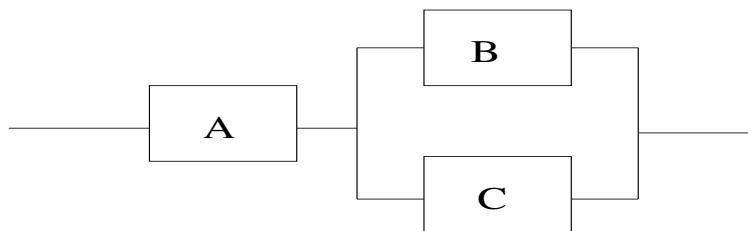
$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\frac{x^2}{2\alpha}\right\} \quad ; \quad x > 0$$

der α er en parameter som beskriver kvaliteten til komponentene.

- a) Bestem sannsynlighetstettheten til X .

Bestem for hvilken verdi av x sannsynlighetstettheten $f(x)$ tar sitt maksimum. Skisser $f(x)$.

Et instrument inneholder tre komponenter av denne typen, alle med samme kvalitetsparameter α . Vi refererer til de tre komponentene som komponenter A, B og C. Det antas at de tre komponentene svikter uavhengig av hverandre. Komponentene inngår i instrumentet slik at instrumentet kun vil fungere så lenge komponent A og minst en av komponentene B og C fungerer. Dette kan illustreres med følgende figur.



La følgende fire hendelser være definert:

- A: Komponent A fungerer fremdeles etter to år.
- B: Komponent B fungerer fremdeles etter to år.
- C: Komponent C fungerer fremdeles etter to år.
- D: Instrumentet fungerer fremdeles etter to år.

- b) Tegn inn hendelsene A, B og C i et Venn-diagram.

Skriver hendelsen D i Venn-diagrammet.

For $\alpha = 1$, finn sannsynligheten for at instrumentet fremdeles fungerer etter to år.

Fasit

2. b) 0.18 **c)** 0.444

3. a) 0.2 **b)** 0.22 **c)** 0.2 **d)** 0.9

4. a) $\alpha^{1/2}$ **b)** 0.034