



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen:

Henning Omre 73 59 35 31
Eirik Mo 73 55 02 39/ 41 10 66 33

EKSAMEN I EMNE TMA4240 STATISTIKK

11. desember 2006

Tid: 09:00–13:00

Hjelpemidler: Gult A5-ark med egne håndskrevne notater.

Tabeller og formles i statistikk, Tapir Forlag.

K. Rottmann: *Matematisk formelsamling*.

Kalkulator HP30S.

Sensuren faller: 10. januar 2007

Oppgave 1 Sjokoladefabrikken

En sjokoladefabrikk ønsker å måle porøsiteten i sjokoladeplatene på samlebandet. Eierne har anskaffet seg nytt måleutstyr. Utstyrsleverandøren oppgir at måleutstyret har normalfordelt feil med forventning $\mu = 0$ og varians $\sigma_m^2 = 0,0009$.

a) Anta at oppgitt målefeil er korrekt.

Regn ut sannsynligheten for at utstyret måler en porøsitet som er høyere enn det porøsiteten egentlig er.

Regn ut sannsynligheten for at målefeilen er større enn 0,05.

Hvis en tar to uavhengige målinger med utstyret og bruker gjennomsnittet av disse som måling, hva er da sannsynligheten for at avviket mellom målt og sann porøsitet er større enn 0,05?

Sjokoladefabrikkereien godtar at $\mu = 0$, men tviler på at målevariansen som er oppgitt er korrekt. Han utfører derfor fem uavhengige måleforsøk på en referanse-sjokoladeplate med kjent porøsitet på eksakt 0,15:

0,153 0,132 0,128 0,174 0,163

Du kan se bort fra avrundingsfeilen i fjerde desimal i målingene.

- b) Skriv opp den beste forventningsrette estimatoren for målevariansen basert på måleserien og antakelsene over. Begrunn valget ditt.

Skriv opp fordelingen til estimatoren, vis at den er forventningsrett og finn variansen til estimatoren.

Utledd et 95% konfidensintervall for den korrekte målevariansen. Kommentér resultatet.

Oppgave 2 Konflikter og konflikthåndtering blant studenter i parforhold

I 2005 publiserte Mons Bendiksen fra NTNU en rapport med tittelen over, basert på spørreskjema delt ut til NTNU-studenter. Analysen omfatter $n = 418$ kvinner og $m = 214$ menn som levde i heterofile parforhold som hadde vart tre måneder eller mer. Hele rapporten og flere tilsvarende er gjengitt med tillatelse på <http://www.menn-mot-vold.no/>.

Vi skriver K for kvinnelig respondent, $P(K) = \frac{418}{632}$ og tilsvarende M for mannlig med $P(M) = \frac{214}{632}$. Sannsynlighetene relaterer seg til tilfeldig trekking blant spørreskjemaene.

Et av resultatene var at 44,0% av kvinnene og 27,2% av mennene rapporterte at de hadde utøvd psykologisk aggresjon mot partneren det siste året. Kall denne hendelsen A . Altså er $P(A|M) = 0,272$ og $P(A|K) = 0,440$. Videre angir A^* komplementet til hendelsen A .

La B være hendelsen at partner har vært psykologisk aggressiv. Rapporten oppgir resultatene $P(A \cap B|K) = 29,2\%$, $P(A \cap B|M) = 21,6\%$, $P(A^* \cap B|K) = 14,8\%$, $P(A^* \cap B|M) = 5,6\%$.

- a) Skissér hendelsene A , B , M og K i et Venn-diagram, og skravér $A \cap B$.

Regn ut andelen som har utøvd psykologisk aggresjon som også er kvinner, $P(A \cap K)$.

Regn ut andelen som har utøvd psykologisk aggresjon, $P(A)$.

- b) Anta at vi finner et utfylt spørreskjema, hvor vi ser at den som svarte ville bli kategorisert som A . Regn ut sannsynligheten for at skjemaet er fylt ut av en kvinne, dvs. $P(K|A)$.

Sett opp uttrykk og regn ut tallsvar for sannsynligheten for at en som har vært utsatt for psykologisk aggresjon fra partner selv har utøvd psykologisk aggresjon mot partner, dvs $P(A|B)$.

Vi skal videre se på hendelsen S : Opplevd seksuell aggresjon fra partner siste år.

Definer X som antall kvinner som rapporterer S , og Y som antall menn som rapporterer S . I undersøkelsen ble $x = 38$ og $y = 10$, og det står at dette er en signifikant forskjell med P-verdi mindre enn 0,05.

- c) Under hvilke forutsetninger er X binomisk fordelt?

Anta at andelene fra undersøkelsen er lik andelene i hele populasjonen. Fra den samme populasjonen tar vi et tilfeldig utvalg av fem kvinnelige studenter med mannlig partner. Regn ut sannsynligheten for at en eller flere av disse fem har opplevd seksuell aggresjon fra partneren det siste året.

La p_X være andelen av kvinnelige studenter i heterofile partnerskap som har opplevd S , og tilsvarende p_Y for de mannlige.

- d) Begrunn hvorfor vi kan si at estimatorene $\hat{p}_X = X/n$ og $\hat{p}_Y = Y/m$ er tilnærmet normalfordelte. Utled uttrykk for forventningsverdi og varians for disse to estimatorene.

Gjennomfør hypotesetesten $H_0 : p_X = p_Y = p_0$ mot alternativhypotesen $H_1 : p_X \neq p_Y$ med signifikansnivå $\alpha = 0,05$.

Regn ut tilhørende P-verdi.

Oppgave 3 α -skiftet eksponensialfordeling

Vi skal her se på en stokastisk variabel X med sannsynlighetstetthet

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & \text{for } x < \alpha, \\ \frac{1}{\beta} e^{-(x-\alpha)/\beta}, & \text{for } x \geq \alpha, \end{cases} \quad \alpha > 0.$$

Dette kan vi kalle en α -skiftet eksponensialfordeling. Fra denne fordelingen har vi n uavhengige målinger x_1, x_2, \dots, x_n .

I denne oppgaven kan du uten bevis bruke at $\min(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ er eksponensialfordelt med parameter β/n hvis Z_1, Z_2, \dots, Z_n er uavhengige identisk eksponensialfordelte variabler med parameter β .

- a) Skissér sannsynlighetstettheten $f(x; \alpha, \beta)$.

Anta at parameteren α er kjent. Sett opp likelihood-funksjonen L og utled sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren (SME) for β .

b) Anta at begge parametrene, α og β , er ukjente.

Utlede sannsynlighetsmaksimeringsestimatorene for α og β . Undersøk om disse estimatorene er forventningsrette. Hvis ikke, vis hvordan estimatorene kan justeres slik at de blir forventningsrette.