



Nynorsk

Fagleg kontakt under eksamen:

Henning Omre 73 59 35 31
Eirik Mo 73 55 02 39 / 41 10 66 33

EKSAMEN I EMNE TMA4240 STATISTIKK

11. desember 2006

Tid: 09:00–13:00

Hjelpemiddel: Gult A5-ark med egne handskrevne notat.

Tabeller og formler i statistikk, Tapir Forlag.

K. Rottmann: *Matematisk formelsamling*.

Kalkulator HP30S.

Sensuren fell: 10. januar 2007

Oppgave 1 Sjokoladefabrikken

Ein sjokoladefabrikk ynskjer å måle porøsiteten i sjokoladeplatene på samlebandet. Eigaren har kjøpt nytt måleutstyr. Utstyrsleverandøren oppgir at måleutstyret har normalfordelt feil med forventning $\mu = 0$ og varians $\sigma_m^2 = 0,0009$.

a) Anta at oppgitt målefeil er korrekt.

Rekn ut sannsynet for at utstyret måler ein porøsitet som er høgare enn det porøsiteten verkeleg er.

Rekn ut sannsynet for at målefeilen er større enn 0,05.

Om ein tek to uavhengige målingar med utstyret og bruker gjennomsnittet av desse som måling, kva er da sannsynet for at avviket mellom målt og sann porøsitet er større enn 0,05?

Sjokoladefabrikkeneigaren godtek at $\mu = 0$, men tviler på at målevariansen som er oppgitt er korrekt. Han utfører difor fem uavhengige måleforsøk på ei referanse-sjokoladeplate med kjend porøsitet på eksakt 0,15:

0,153 0,132 0,128 0,174 0,163

Du kan sjå bort frå avrundingsfeilen i fjerde desimal i målingane.

- b) Skriv opp den beste forventningsrette estimatoren for målevariansen basert på måleserien og føresetnadane over. Grunngi valget ditt.

Skriv opp fordelinga til estimatoren, vis at den er forventningsrett og finn variansen til estimatoren.

Utlei eit 95% konfidensintervall for den korrekte målevariansen. Kommentér resultatet.

Oppgåve 2 Konflikter og konflikthandtering bland studentar i parforhold

I 2005 publiserte Mons Bendiksen frå NTNU ein rapport med tittelen over, basert på spørreskjema delt ut til NTNU-studentar. Analysen omfattar $n = 418$ kvinner og $m = 214$ menn som levde i heterofile parforhold som hadde vart tre månader eller meir. Heile rapporten og fleire tilsvarende er gjengjeve med tillatelse på <http://www.menn-mot-vold.no/>.

Vi skriv K for kvinneleg respondent, $P(K) = \frac{418}{632}$ og tilsvarende M for mannleg med $P(M) = \frac{214}{632}$. Sannsynene relaterer seg til tilfeldig trekking bland spørreskjema.

Eit av resultata var at 44,0% av kvinnene og 27,2% av mennene rapporterte at dei hadde utøvd psykologisk aggresjon mot partneren det siste året. Kall denne hendinga A . Altså er $P(A|M) = 0,272$ og $P(A|K) = 0,440$. La også A^* angi komplementet til hendinga A .

La B være hendinga at partner har vore psykologisk aggressiv. Rapporten oppgir resultata $P(A \cap B|K) = 29,2\%$, $P(A \cap B|M) = 21,6\%$, $P(A^* \cap B|K) = 14,8\%$, $P(A^* \cap B|M) = 5,6\%$.

- a) Skissér hendingane A , B , M og K i eit Venn-diagram, og skravér $A \cap B$.

Rekn ut andelen som har utøvd psykologisk aggresjon som også er kvinner, $P(A \cap K)$.

Rekn ut andelen som har utøvd psykologisk aggresjon, $P(A)$.

- b) Anta at vi finn eit utfylt spørreskjema, der vi ser at den som svarte ville bli kategorisert som A . Rekn ut sannsynet for at skjemaet er fylt ut av ei kvinne, dvs. $P(K|A)$.

Sett opp uttrykk og rekn ut tallsvar for sannsynet for at ein som har vore utsett for psykologisk aggresjon frå partner sjølv har utøvd psykologisk aggresjon mot partner, dvs $P(A|B)$.

Vi skal no sjå på hendinga S : Opplevd seksuell aggresjon frå partner siste år.

Definér X som antall kvinner som rapporterer S , og Y som antall menn som rapporterer S . I undersøkinga vart $x = 38$ og $y = 10$, og det står at dette er ein signifikant forskjell med P-verdi mindre enn 0,05.

- c) Under kva føresetnader er X binomisk fordelt?

Anta at andelane frå undersøkinga er lik andelane i heile populasjonen. Frå den same populasjonen gjer vi eit tilfeldig utval av fem kvinnelege studentar med mannleg partner. Rekn ut sannsynet for at ei eller flere av desse fem har opplevd seksuell aggresjon frå partneren det siste året.

La p_X vere andelen av kvinnelege studentar i heterofile partnerskap som har opplevd S , og tilsvarande p_Y for de mannlege.

- d) Forklar korleis vi kan seie at estimatorane $\hat{p}_X = X/n$ og $\hat{p}_Y = Y/m$ er tilnærma normalfordelte. Utlei uttrykk for forventningsverdi og varians for desse to estimatorane.

Gjennomfør hypotesetesten $H_0 : p_X = p_Y = p_0$ mot alternativhypotesen $H_1 : p_X \neq p_Y$ med signifikansnivå $\alpha = 0,05$.

Rekn ut tilhørande P-verdi.

Oppgåve 3 α -skifta eksponensialfordeling

Vi skal her sjå på ein stokastisk variabel X med sannsynstettleik

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & \text{for } x < \alpha, \\ \frac{1}{\beta} e^{-(x-\alpha)/\beta}, & \text{for } x \geq \alpha, \end{cases} \quad \alpha > 0.$$

Dette kan vi kalle ei α -skifta eksponensialfordeling. Frå denne fordelinga har vi n uavhengige målingar x_1, x_2, \dots, x_n .

I denne oppgåva kan du utan bevis bruke at $\min(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ er eksponensialfordelt med parameter β/n dersom Z_1, Z_2, \dots, Z_n er uavhengige identisk eksponensialfordelte variablar med parameter β .

- a) Skissér sannsynstettleiken $f(x; \alpha, \beta)$.

Anta at parameteren α er kjend. Sett opp likelihood-funksjonen L og utlei sannsynsmaksimeringsestimatoren (SME) for β .

b) Anta at begge parametrane, α og β , er ukjende.

Utlei sannsynsmaksimeringsestimatorane for α og β . Undersøk om desse estimatorane er forventningsrette. Om ikkje, vis korleis ein kan justere estimatorane slik at dei blir forventningsrette.