



Fagleg kontakt under eksamen:
Henning Omre, tlf. 90937848
Øyvind Salvesen, tlf. 93648772

EKSAMEN TMA4240 STATISTIKK

Tirsdag 11. desember 2007

Tid: 09:00 – 13:00

Sensurdato 11. januar 2008

Tilatte hjelpemiddel:

Gult A5-ark med egne handskrivne notat (stempla ved Institutt for matematiske fag)

Tabeller og formel i statistikk (Tapir forlag)

K. Rottmann: Matematisk formelsamling

Kalkulator: HP30S

NYNORSK

Oppgåve 1 Val i kommune

I kommunestyrevalet i ein Vestlandskommune er det kun to lister, Borgarleg fellesliste KBF og Sosialistisk fellesliste KSF. Det er sannsyn 0.70 for at ein vilkårleg veljar stemmer KBF og sannsyn 0.30 for at han stemmer KSF. Anta at veljarane kjem til vallokala i tilfeldig rekkjefølge på valdagen samt at talet på innbyggjarar med stemmerett er stort nok til at ein kan anta at dei ti første som stemmer har same stemmesannsyn uavhengig av hva dei framfor har stemt.

a) Kva er sannsyna for at:

- KSF får si første stemme av den veljaren som kjem som nummer tre?
- KSF har to av stemmene når fem veljarar har stemt?
- KSF er største parti når ni har stemt?

I fylkestingsvalet i det fylket kommunen tilhøyrrer er det tre lister, Borgarleg fellesliste FBF, Sentrumslista FCL og Sosialistisk fellesliste FSF. Anta at alle veljarane stemmer både i kommunestyre- og fylkestingsval. Det er kjent at ein vilkårleg veljar som stemmer KBF i kommunestyrevalet stemmer FBF med sannsyn 0.80, FCL med sannsyn 0.15 og FSF med sannsyn 0.05. Tilsvarende vil ein vilkårleg KSF-veljar stemme FBF med sannsyn 0.10, FCL med sannsyn 0.20 og FSF med sannsyn 0.70.

b) Rekn ut sannsyna for at ein vilkårleg veljar stemmer på kvart av partia FBF, FCL og FSF i fylkestingsvalet.

Kva er sannsynet for at FBF har fem, FCL har to og FSF har tre stemmer i fylkestingsvalet når ti veljarar har stemt?

c) På valdagen kjem ein vilkårleg veljar ut frå vallokalet og oppgjev at han har stemt på FCL i fylkestingsvalet. Kva er sannsynet for at han har stemt på KSF i kommunestyrevalet?

På valdagen kjem ein vilkårleg veljar ut frå vallokalet. Dersom han har stemt på FCL med sannsyn 0.70 og på FBF med sannsyn 0.30 i fylkestingsvalet, kva er då sannsynet for at han har stemt på KSF i kommunestyrevalet?

Oppgåve 2 Bilsikringar

Levetida til ei vilkårleg bilsikring, T , er ein tilfeldig variabel som blir oppgjeven å tilhøyre sannsynsfordelingsklassen

$$f(t; \alpha) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 2\alpha t e^{-\alpha t^2} & t > 0 \end{cases}$$

der $\alpha > 0$ er ein ukjent parameter.

Ein bilprodusent som bruker sikringane ønskjer å bestemme parameteren α for å kunne etablere eit effektivt vedlikehaldsprogram for bilane sine. Produsenten utfører eit kontrollert forsøk på 8 forskjellige sikringar og observerer levetidene t_1, t_2, \dots, t_8 .

a) Utlei eit uttrykk for sannsynsmaksimeringsestimatoren for α basert på dette forsøket.

Kvar bil inneheld 5 sikringar og bilprodusenten fastset følgjande vedlikehaldsprosedyre: Alle 5 sikringane blir bytta når første feil på dei 5 sikringane oppstår. Tid mellom utskifting av sikringar på 3 vilkårlege bilar blir observert til s_1, s_2, s_3 . Anta at dei 5 sikringane i ein bil feilar uavhengig av kvarandre.

- b) Utlei eit uttrykk for sannsynsmaksimeringsestimatoren for α basert på både dei 8 kontrollerte forsøka og de 3 observasjonane for byttetid i vilkårlege bilar.

Oppgåve 3 Vinkorkar

Krafta som er nødvendig for å trekkje ut ein kork frå ei vinflaske er ein viktig eigenskap ved korken. Dersom krafta er for lita gjev ikkje korken nok vern mot innsig av luft for vinen inni flasken. Dersom krafta er for stor, vil korken vere vanskeleg å fjerne. Krafta (Newton) for ein bestemt korktype antar vi er normalfordelt (Gaussisk fordelt) med forventning μ og standardavvik σ .

- a) Anta i dette punktet at krafta har forventning 310.0 og standardavvik 36.0.

Kva er sannsynet for at krafta som er nødvendig for å trekke ut ein kork er mellom 300.0 og 310.0?

Ein kork blei utsatt for ei kraft på 330 utan at korken gjekk ut. Kva er sannsynet for at ei kraft større enn 360 er nødvendig for å trekke ut korken?

For eit utval på 8 korkar, kva er sannsynet for at utvalgsgjennomsnittet av kreftene er større enn 320?

Eit utval av 8 tilfeldig valgte flasker med same korktype blei plukka ut og kreftene som var nødvendig for å fjerne korkane var:

305.98 205.48 322.97 198.58 191.76 288.50 341.18 222.62

Ein ønskjer at krafta som er nødvendig for å fjerne korken har forventning 310. Då gir korken godt vern og er samtidig enkel å ta ut.

- b) Anta i dette punktet at krafta har standardavvik 36.0

Test hypotesen $H_0 : \mu = 310$ mot alternativ hypotese $H_1 : \mu \neq 310$ ved signifikansnivå 1%

Dersom μ i virkelegheita er 250, kva er sannsynet for å forkaste H_0 ?

Generelt ønsker ein lågast mogeleg standardavvik for korkane, og det er eit krav at standardavviket for krafta ikkje er større enn 36.0. Produsenten av korkane hevdar at dette kravet er oppfylt.

c) Test $H_0 : \sigma = 36$ mot $H_1 : \sigma > 36$ ved signifikansnivå 5%.

Kva meinast med p-verdi?

Finn p-verdien for testen over.