Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
John Tyssedal 73 59 35 20
Stian Lydersen 73 59 35 20

EKSAMEN I FAG SIF5506 STATISTIKK

Tysdag 1. juni 1999
Tid: 09:00–14:00

Hjelpemidler:
Godkjent lommekalkulator, utdelt ordliste, Statistiske tabeller og formler (Tapir forlag).

Oppgave 1

Nokre moglege hendingar ved bygningane til NTNU ved årsskiftet 1999/2000 er følgjande:

E=Tap av elektrisitetsforsyning
V=Tap av forsyning av vatn
F=Tap av fjernvarme

Ei ekspertgruppe har kome fram til følgjande sannsyn for hendingane E og F: $P(E) = 0.05$, $P(F) = 0.05$ og $P(E \cap F) = 0.02$.

a) Romtemperaturen i bygningane vil gå ned ved tap av elektrisitetsforsyning eller tap av fjernvarme. Uttrykk denne hendinga, R, ved hjelp av E og F. Kva blir sannsynet for R. Er hendingane E og F uavhengige? Er dei disjunkte? Grunngje svara.

b) Gitt at ingen av hendingane E og F skjer, er sannsynet for V lik 0.07. Gitt at minst ei av hendingane E og F skulle skje, er sannsynet for V lik 0.50. Finn sannsynet for hendinga V.

Eventuelle iverksette laboratorieforsøk blir brotne av dersom minst ei av hendingane E, V og F skjer. Kva er sannsynet for at dette skjer?

Oppgave 2

Utrykningspolitiet (UP) vil undersøke kor ofte det skjer grove fartsoverskridingar på innfartsvegane til Oslo. Med ei grov fartsoverskriding er meint køyring i over $130 km/t$ på strekningar der fartsgrensa er $90 km/t$. Vi skal ga utifrå at talet på slike overskridingar, X, over eit tidsrom på t timar er Poissonfordelt med parameter λt.

a) Gå utifrå at $\lambda = 0.5$ og la X vere talet på grove fartsoverskridingar i ein periode på 5 timar. Skriv opp sannsynsfordelinga til X. Finn sannsynet for at det skjer ingen grove fartsoverskridingar i denne perioden og sannsynet for at det skjer meir enn to slike. Kva forventing og varians har X?

b) Det blir brukt laser til å måle farten på bilane. Dersom den sanne farten på bilane er μ, skal vi gå utifrå at lasermålingane er normalfordelte med forventing μ og standardavvik $\sigma = 1.5 km/t$. Finn sannsynet for at laseren viser meir enn $130 km/t$ for ein bil som køyrer i $129 km/t$.

Utrykningspolitiet ynskjer å setje ein verdi slik at sannsynet for feilaktig å påstå at ei grov fartsoverskriding har skjedd, når ein måler farten med laser, skal vere mindre enn 0.01. Kva er den minste verdien denne konstanten kan vere?

c) Eigentlig er dei litt usikre på om $\lambda = 0.5$ og vil skaffe seg eit estimat for denne. Det blei føreteke målingar av grove fartsoverskridingar i 4 forskjellige periodar. Dei to første periodane var på 5 timar. La talet på overskridingar i desse vere X_1 og X_2. Dei to siste periodane var på 10 timar. La X_3 og X_4 vere talet på overskridingar i desse periodane. Vis at sannsynsmaksimeringsestimatoren for λ basert på X_1, X_2, X_3 og X_4 er gitt ved

$$\widehat{\lambda} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{30}.$$

Finn forventinga til denne og vis at variansen til $\widehat{\lambda}$ er $\lambda/30$.

d) Dersom variansen i ei Poissonfordeling er større enn 10, vil normalfordelinga vere ei god tilnærming til Poissonfordelinga. Kva fordeling er det rimelig å tru vil vere ei god tilnærming for fordelinga til

$$\frac{\widehat{\lambda} - \lambda}{\sqrt{\widehat{\lambda}/30}}?$$

Grunngje svaret. Bruk så dataane nedanfor til å finne eit tilnærma 95% konfidensintervall for λ.

t_i	5	5	10	10
x_i	3	4	5	8

e) Gå i dette punktet utifrå at $\lambda = 0.5$. La T vere tida til ein observerer 1. fartsoverskriding. Utlei fordelinga til T.

Fordelinga til T vil vere den same som fordelinga til tida mellom to fartsoverskridingar. Ein dag UP er på jobb, held dei på til dei har registrert 9 fartsoverskridingar. Finn sannsynet for at det kortaste tidsintervallet mellom to av desse fartsoverskridingane er mindre enn 15 min. Du kan gå utifrå at alle tider mellom fartsoverskridingar er uavhengige.

Oppgave 3

På ein av vegane inn til Trondheim er UP interessert i å måle effekten av ei holdingskampanje der målet var å få folk til å redusere farten på ei bestemt vegstrekning. På ein dag blei farten på 12 bilar målt. Vi skal gå utifrå at desse målingane er uavhengige og normalfordelte variable med forventing μ og standardavvik σ. Dei tolv observerte fartsmålingane er gitt nedanfor.

$$x_i: \quad 75 \quad 61 \quad 85 \quad 65 \quad 69 \quad 82 \quad 70 \quad 67 \quad 62 \quad 93 \quad 77 \quad 74$$

Det oppgis at $\sum_{i=1}^{12} x_i = 880$ og $\sum_{i=1}^{12}(x_i - \overline{x})^2 = 1034.7$.

a) Forklar kva parameteren μ betyr i denne samanhengen. Skriv opp rimelege estimatorar for μ og σ i denne situasjonen. Kva blir estimata?

b) Forklar kva som meinast med *type 1 feil* når vi utfører ein hypotesetest.

Frå tidlegare undersøkingar har ein at gjennomsnittsfarten (av veldig mange bilar) var på 77 km/t. Tyder resultata frå desse målingane på at forventa fartsnivå på strekninga er lågare enn $77 km/t$? Formuler spørsmålet som ein hypotesetest, gjennomfør testinga og gje konklusjonen. Bruk 5% signifikansnivå.

I punkt **c)** kan du gå utifrå at $\sigma = 10 km/t$.

c) Forklar kva vi meiner med *type 2 feil* og kva som er samanhengen mellom denne og *styrken* til ein test. Gå utifrå at forventa fart til bilane er gått ned til $74 km/t$. Finn sannsynet for at vi i testen i **b)** vil påstå at forventa fart til bilane er blitt lågare enn $77 km/t$.

Finn deretter ut kor manga bilar vi må måle farten til for å få ein test som har styrke minst 0.90 når forventa fart $\mu = 74 km/t$. Signifikansnivået skal framleis vere 5%.