



Faglig kontakt under eksamen:
Henning Omre, tlf. 90937848
Øyvind Salvesen, tlf. 93648772

EKSAMEN TMA4240 STATISTIKK

Tirsdag 11. desember 2007

Tid: 09:00 – 13:00

Sensurdato 11. januar 2008

Tillatte hjelpemidler:

Gult A5-ark med egne håndskrevne notater (stemplet ved Institutt for matematiske fag)

Tabeller og formler i statistikk (Tapir forlag)

K. Rottmann: Matematisk formelsamling

Kalkulator: HP30S

BOKMÅL

Oppgave 1 Valg i kommune

I kommunestyrevalget i en Vestlandskommune er det kun to lister, Borgelig fellesliste KBF og Sosialistisk fellesliste KSF. Det er sannsynlighet 0.70 for at en vilkårlig velger stemmer KBF og sannsynlighet 0.30 for at han stemmer KSF. Anta at velgerne ankommer valglokalene i tilfeldig rekkefølge på valgdagen samt at antallet stemmeberettigete er stort nok til at en kan anta at de ti første som stemmer har samme stemmesannsynlighet uavhengig av hva de foran har stemt.

a) Hva er sannsynlighetene for at:

- KSF får sin første stemme av den velgeren som ankommer som nummer tre?
- KSF har to av stemmene når fem velgere har stemt?
- KSF er største parti når ni stemmer er avgitt?

I fylkestingsvalget i det fylket kommunen tilhører er det tre lister, Borgerlig fellesliste FBF, Sentrumslista FCL og Sosialistisk fellesliste FSF. Anta at alle velgere stemmer både i kommunestyre- og fylkestingsvalg. Det er kjent at en vilkårlig velger som stemmer KBF i kommunestyrevalget stemmer FBF med sannsynlighet 0.80, FCL med sannsynlighet 0.15 og FSF med sannsynlighet 0.05. Tilsvarende vil en vilkårlig KSF-velger stemme FBF med sannsynlighet 0.10, FCL med sannsynlighet 0.20 og FSF med sannsynlighet 0.70.

b) Regn ut sannsynlighetene for at en vilkårlig velger stemmer på hvert av partiene FBF, FCL og FSF i fylkestingsvalget.

Hva er sannsynligheten for at FBF har fem, FCL har to og FSF har tre stemmer i fylkestingsvalget når ti velgere har stemt?

c) På valgdagen kommer en vilkårlig velger ut fra valglokalet og oppgir at han har stemt på FCL i fylkestingsvalget. Hva er sannsynligheten for at han har stemt på KSF i kommunestyrevalget?

På valgdagen kommer en vilkårlig velger ut fra valglokalet. Dersom han har stemt på FCL med sannsynlighet 0.70 og på FBF med sannsynlighet 0.30 i fylkestingsvalget, hva er da sannsynligheten for at han har stemt på KSF i kommunestyrevalget?

Oppgave 2 Bilsikringer

Levetiden til en vilkårlig bilsikring, T , er en tilfeldig variabel som oppgis å tilhøre sannsynlighetsfordelingsklassen

$$f(t; \alpha) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 2\alpha t e^{-\alpha t^2} & t > 0 \end{cases}$$

hvor $\alpha > 0$ er en ukjent parameter.

En bilprodusent som bruker sikringene ønsker å bestemme parameteren α for å kunne etablere et effektivt vedlikeholdsprogram for bilene sine. Produsenten utfører et kontrollert forsøk på 8 forskjellige sikringer og observerer levetidene t_1, t_2, \dots, t_8 .

- a) Utled et uttrykk for sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for α basert på dette forsøket.

Hver bil inneholder 5 sikringer og bilprodusenten fastsetter følgende vedlikeholdsprosedyre: Alle 5 sikringene byttes når første feil på de 5 sikringene oppstår. Tid mellom utskifting av sikringer på 3 vilkårlige biler observeres til s_1, s_2, s_3 . Anta at de 5 sikringene i en bil feiler uavhengig av hverandre.

- b) Utled et uttrykk for sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for α basert på både de 8 kontrollerte forsøkene og de 3 observasjonene for byttetid i vilkårlige biler.

Oppgave 3 Vinkorker

Kraften som er nødvendig for å trekke ut en kork fra en vinflaske er en viktig egenskap ved korken. Dersom kraften er for liten gir ikke korken nok beskyttelse mot innsig av luft for vinen inni flasken. Dersom kraften er for stor, vil korken være vanskelig å fjerne. Kraften (Newton) for en bestemt korktype kan antas normalfordelt (Gaussisk fordelt) med forventning μ og standardavvik σ .

- a) Anta i dette punktet at kraften har forventning 310.0 og standardavvik 36.0.

Hva er sannsynligheten for at kraften som er nødvendig for å trekke ut en kork er mellom 300.0 og 310.0?

En kork ble utsatt for en kraft på 330 uten at korken gikk ut. Hva er sannsynligheten for at en kraft større enn 360 er nødvendig for å trekke ut korken?

For et utvalg på 8 korker, hva er sannsynligheten for at utvalgsgjennomsnittet av kreftene er større enn 320?

Et utvalg av 8 tilfeldig valgte flasker med samme korktype ble plukket ut og kreftene som var nødvendig for å fjerne korkene var:

305.98 205.48 322.97 198.58 191.76 288.50 341.18 222.62

En ønsker at kraften som er nødvendig for å fjerne korken har forventning 310. Da gir korken god beskyttelse og er samtidig enkel å ta ut.

b) Anta i dette punktet at kraften har standardavvik 36.0

Test hypotesen $H_0 : \mu = 310$ mot alternativ hypotese $H_1 : \mu \neq 310$ ved signifikansnivå 1%

Dersom μ i virkeligheten er 250, hva er sannsynligheten for forkastning av H_0 ?

Generelt ønsker en lavest mulig standardavvik for korkene, og det er et krav at standardavviket for kraften ikke er større enn 36.0. Produsenten av korkene hevder at dette kravet er oppfylt.

c) Test $H_0 : \sigma = 36$ mot $H_1 : \sigma > 36$ ved signifikansnivå 5%.

Hva menes med p-verdi?

Finn p-verdien for testen over.