



Faglig kontakt under eksamen:
Kristian Gjøsteen 73 55 02 42

EKSAMEN I TMA4185 KODETEORI

Bokmål

Mandag 3. juni 2013

Tid: 0900-1300

Sensurdato: 24. juni 2013

Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Alle deloppgaver teller likt. Alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1 La \mathcal{C} være koden over \mathbf{F}_2 generert av radene i matrisen

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Finne en generatormatrise G for \mathcal{C} på standardform. Hva er dimensjonen til \mathcal{C} .
- Finne en paritetssjekkmatrise H for \mathcal{C} . Finn minimumsavstanden til \mathcal{C} .

La $\mathcal{D} \subseteq \mathbf{F}_2^7$ være en lineær kode

- La $\nu : \mathbf{F}_2^7 \rightarrow \mathbf{F}_2^6$ være gitt ved

$$\nu(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_7).$$

Vis at bildet $\nu(\mathcal{D})$ er en lineær kode. Vis at dimensjonen til bildet enten er lik dimensjonen til \mathcal{D} eller 1 lavere, og at minimumsavstanden er den samme eller 1 lavere.

Hva er dimensjonen og minimumsavstanden til $\nu(\mathcal{C})$?

d) La

$$\mathcal{D}' = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \in \mathcal{D} \mid x_5 = 0\}.$$

Vis at \mathcal{D}' er en lineær kode. Når er dimensjonen til \mathcal{D}' lik dimensjonen til \mathcal{D} , og når er den 1 lavere? Begrunn svaret. Vis at dimensjonen til $\nu(\mathcal{D}')$ er den samme som dimensjonen til \mathcal{D}' . Vis at minimumsavstanden til $\nu(\mathcal{D}')$ er den samme som minimumsavstanden til \mathcal{D} .

Oppgave 2 Vi skal se på sykliske koder av lengde 8 over kroppen med 9 elementer. La $\alpha \in \mathbf{F}_9$ tilfredsstillе ligningen $\alpha^2 + \alpha + 2 = 0$.

La \mathcal{C} være den sykliske koden generert av $g(x) = (x - \alpha)(x - \alpha^2)(x - \alpha^3)$.

- a) Hva er dimensjonen og minimumsavstanden til \mathcal{C} ? Hvor mange feil kan koden alltid rette?
 b) Du har mottatt

$$y(x) = x^5 + \alpha x^4 + (\alpha + 2)x^3 + 2x^2 + (\alpha + 1)x + (2\alpha + 1).$$

Hvis det har skjedd én feil, hvor har feilen skjedd?

Oppgave 3 La \mathcal{C} være den binære konvolusjonskoden generert av

$$G = [x^3 + x^2 + x + 1 \quad x^3 + 1].$$

- a) Bruk G til å kode meldingen $m = 100\ 100\ 110\ 000$.

En høyre-invers er en matrise M slik at GM er identiteten.

- b) Finn $a(x)$ og $b(x)$ slik at $a(x)(x^2 + 1) + b(x)(x^2 + x + 1) = 1$.
 c) Forklar hvorfor G ikke har noen høyre-invers der elementene er polynomer.

Finn en høyre-invers til G der elementene er potensrekker.

Hint I: Regn ut største felles divisor.

Hint II: $(x + 1)(\sum_{i=0}^{\infty} x^i) = 1$.

- d) Vi ser på G som en lineæravbildning $\mathbf{F}_2(\{x\}) \rightarrow \mathbf{F}_2(\{x\})^2$.

Finn en annen generatormatrise som har samme bilde som G (som genererer samme konvolusjonskode), men som har en høyre-invers der elementene er polynomer.