NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4175 Complex analysis**

Faglig kontakt under eksamen: Yurii Lyubarskii

Tlf: 91647362

Eksamensdato: 31. may 2017

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: B: Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 1

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☒	

Dato Sign

Oppgave 1 Give geometric description of the set $\{z \in \mathbb{C}; |z-i| = |z-1|\}$.

Oppgave 2 Find all harmonic conjugates to the function

$$u(x,y) = x^2 - y^2 + 2xy$$

.

Oppgave 3 Evaluate the integral (taken in the contrclockwise direction)

$$\int_{|z+1|=1} \frac{dz}{(z^2-1)(z-1)^2}.$$

Oppgave 4 Evaluate the integral

$$\int_0^\pi \frac{\cos^4\phi}{1+\sin^2\phi} d\phi$$

Oppgave 5 Find the linear fractional mapping $w = w(z)$ such that $w(i) = 0,\ w(\infty) = 1,\ w(-i) = \infty$. Find the image of the half-plane $\{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re} z > 0\}$ under this mapping.

Oppgave 6 Let a function $f(z)$ be analytic in the strip $\Pi = \{z \in \mathbb{C}; |\operatorname{Re} z| < \pi/4\}$. Let also $|f(z)| < 1$ for $z \in \Pi$, and $f(0) = 0$. Prove that

$$|f(z)| < |\tan z|, \quad z \in \Pi.$$

Oppgave 7 Find the domain of convergence of the infinite product

$$\prod_{n=1}^{\infty} (1 - z^n)$$

Oppgave 8

a) Let $D = \{z \in C; |z| > 1, 0 < \arg z < \pi/2\}$. Find any conformal mapping of D on the upper halfplane.

b) Let, as in **a)**, $D = \{z \in C; |z| > 1, 0 < \arg z < \pi/2\}$ and $D_1 = D \setminus \{z = re^{i\pi/4}; r > 2\}$. Find any conformal mapping of D_1 on the upper halfplane.