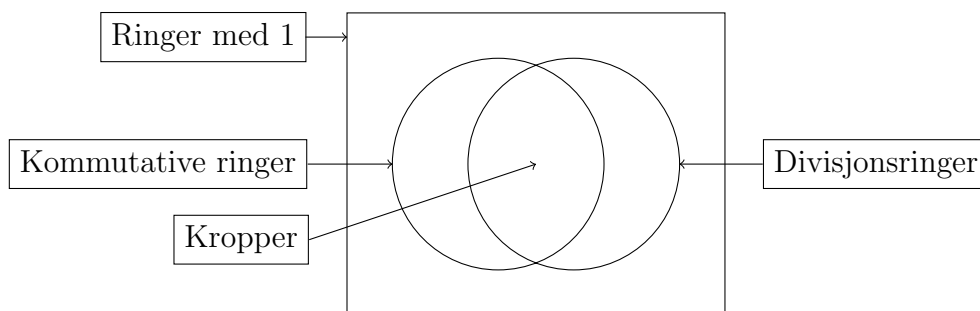


GRUPPEARBEID

Generelt ved gruppearbeid:

- (1) Presentasjon av deltakerne, navn, studieprogram, kull.
- (2) Velg en deltaker til å dele “whiteboard”.
- (3) Husk å spørre om alle er enige/er med, og husk å si i fra om du ikke skjønner noe eller har en annen måte å tenke på. I forelesningene skal vi lære og ikke prestere.

Hovedoppgave/hovedmål. Hovedmålet med oppgavene denne gangen er å fylle inn et eksempel i hvert område i diagrammet under. Fyll inn eksempler underveis i arbeidet med oppgavene.



1. GRUPPEARBEID A I 17F

Oppgave 1. La

$$R = M_2(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}.$$

- Vis at R er en ring med 1 under vanlig matriseaddisjon og matrisemultiplikasjon. Hva er identitets-elementet med hensyn til multiplikasjonen?
- Avgjør om R er en kommutativ ring.
- Er R en divisjonsring?

Oppgave 2. La

$$R = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ er en funksjon}\},$$

under addisjon og multiplikasjon gitt ved at

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad \text{og} \quad (fg)(x) = f(x)g(x)$$

for alle $f, g \in R$ og $x \in \mathbb{R}$.

- Vis at R er en ring med 1. Hva er identitets-elementet i R ?
- Avgjør om R er en kommutativ ring.
- Er R en divisjonsring?

Oppgave 3. La

$$R = \mathbb{Z}_6 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$$

med addisjon og multiplikasjon modulo 6 som to binære operasjoner.

- (a) Vis at R er en ring med 1. Hva er identitetsselementet i R ?
- (b) Avgjør om R er en kommutativ ring.
- (c) Er R en divisjonsring?

Oppgave 4. Vis følgende setning.

Setning 57. La R være en ring med 1 og 0 identitetsselement med hensyn på $+$. Vis følgende for alle elementer $a, b \in R$:

- (a) $0 \cdot a = 0 = a \cdot 0$.
- (b) $a(-b) = (-a)b = -(ab)$.
- (c) $(-a)(-b) = ab$.

Oppgave 5. Vis følgende resultat.

Lemma 58. La R være en ring med 1. Da har R mer enn ett element hvis og bare hvis $1 \neq 0$.

2. GRUPPEARBEID B I 17F

Oppgave 6. La

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

med vanlig matriseaddisjon og matrisemultiplikasjon.

- (a) Vis at R er en ring med 1. Hva er identitetsselementet 1_R i R ?
- (b) Hvilke elementer i R har en invers i R ?
- (c) Er R en kommutativ ring? Er R en kropp?
- (d) Har likningen $x^2 + 1_R = 0$ en løsning x i R ?
- (e) Hva er R ?

Oppgave 7. La

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -\bar{b} & \bar{a} \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{C} \right\}$$

med vanlig matriseaddisjon og matrisemultiplikasjon, hvor \bar{x} betegner den komplekse konjugerte av et komplekst tall x .

- (a) Vis at R er en ring med 1. Hva er identitetsselementet 1_R i R ?
- (b) Hvilke elementer i R har en invers i R ?
- (c) Er R en kommutativ ring?
- (d) Er R en kropp?