KOMBINATORIKK

→ - REPETISJON: SANNSYNLIGHET
- MULTIPLIKASJONSPRINSIPPET
- PERMUTASJONER
- UORDNEDE UTVALG
- ORDNEDE UTVALG
- INKLUSJON/EKSKLUSJON
- PASCALS TREKANT
- BINOMIALKOEFFISIENTER
- STJERNER OG STOLDER

- MULTIPLIKASJONSPRINSIPPET :

t UAVHENGIGE VALG, VALG i HAR n MULIGHETER

$\rightarrow$ ANTALL MULIGHETER $= \prod_{i=1}^{t} n_i = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_t$.

- ORDNINGER :

n ELEMENTER, ANTALL MULIGE REKKEFØLGER ("ORDNINGER")

$= n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

- ORDNEDE UTVALG:

n ELEMENTER, ANTALL MÅTER Å TREKKE k ELEMENTER

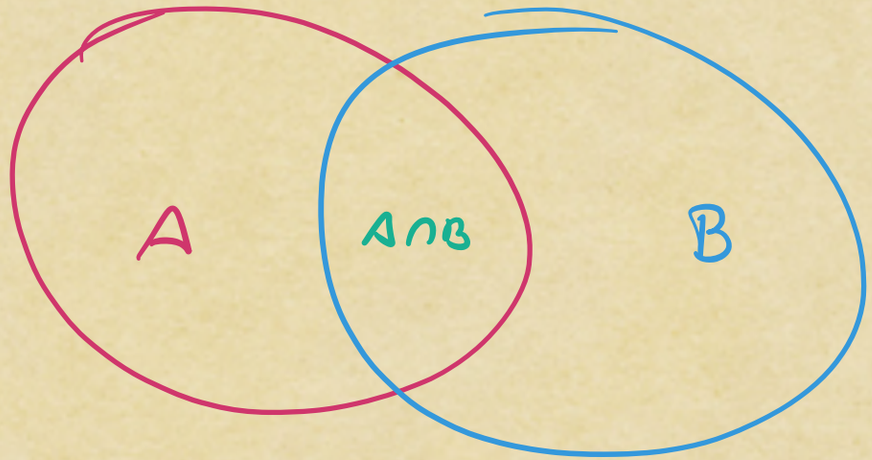
$$= \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-(k-1))$$

- UORDNEDE UTVALG:

ANTALL DELMENGDER AV n ELEMENTER

$$= \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \binom{n}{n-k}$$

INKLUSJON/EKSKLUSJONSPRINSIPPET

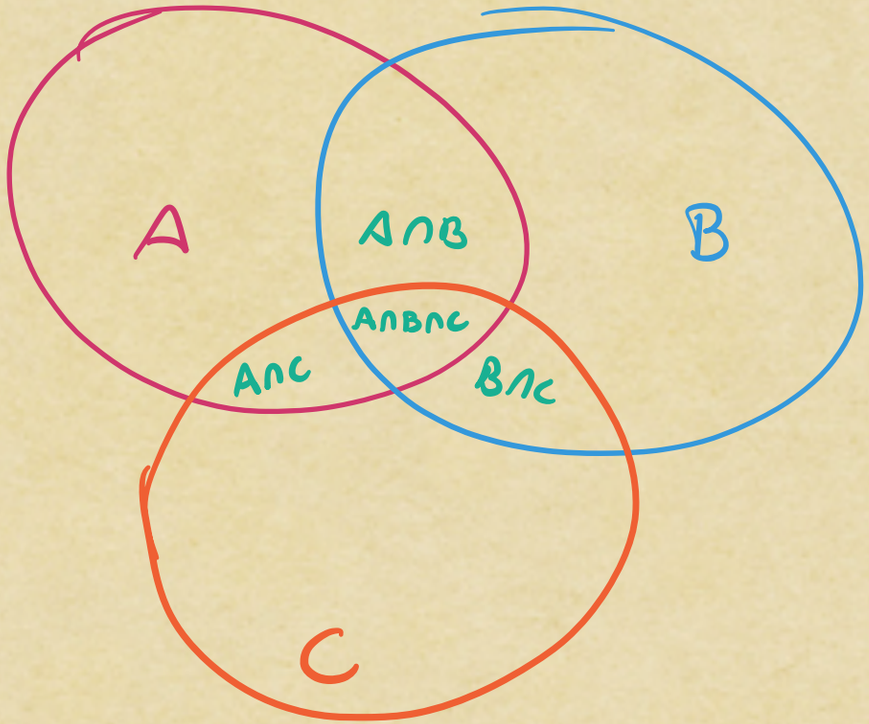


$$|A| + |B| = |A \cup B| + |A \cap B|$$

$$\rightarrow |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

Ebs.: $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{d, e, f, g\}$

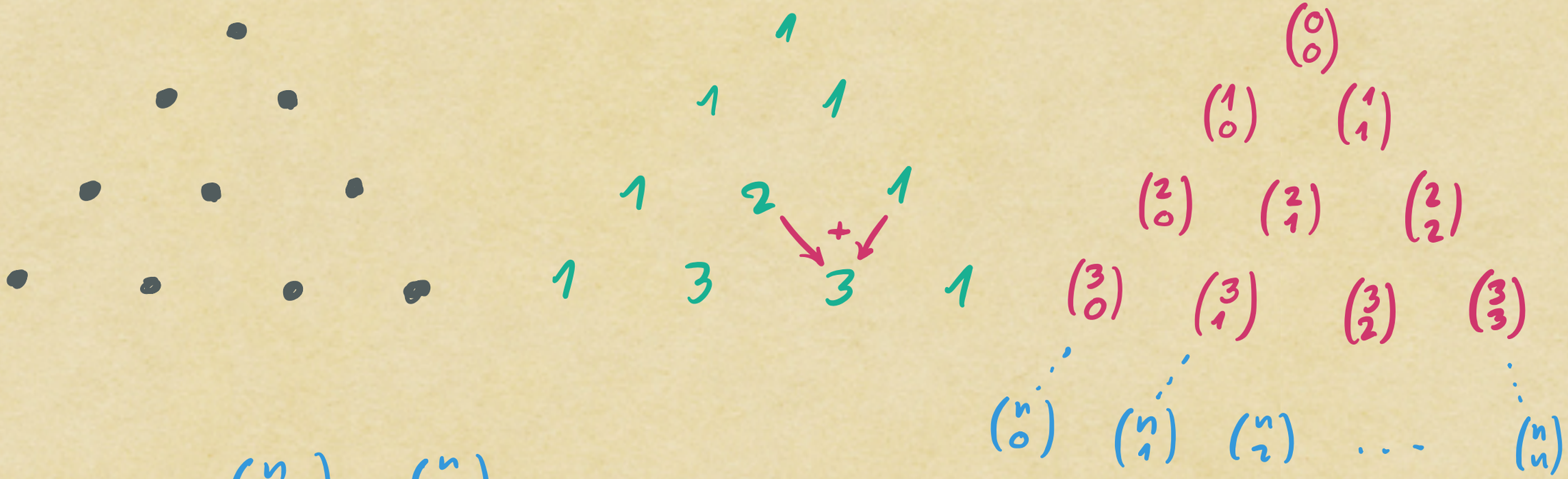
INKLUSJON/EKSKLUSJONSPRINSIPPET



$$|A| + |B| + |C| = |A \cup B \cup C| + |A \cap B| + |A \cap C| + (|B \cap C| - |A \cap B \cap C|)$$

$$\rightarrow |A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

PASCALS TREKANT



SER AT: $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} \rightarrow \binom{n+1}{k}$

ALTERNATIV REKURSIV DEFINISJON AV BINOMIALKOEFFISIENTENE: $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$

BINOMIALKOEFFISIENTER

HVORFOR HETER DE DET?

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$\binom{2}{1}$

HAR $(a+b)^n$, VIL VITE HVA SOM STÅR FORAN $a^{n-k}b^k$ ETTER EKSPANSJON.

SVAR: $\binom{n}{k}$.

Eks: $n=4$, $k=2$, $aabb + abab + abba + baba + baab + bbaa = 6a^2b^2$

$= \binom{4}{2} a^2b^2$.

GENERELT: $$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

↑ BINOMIAL ↑ KOEFFISIENT

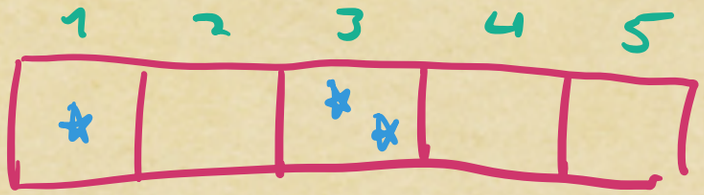
(Eks: $n=2$)

SYSTEMATISERT OPPTELLING

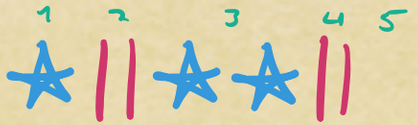
ANTALL MÅTER Å VELGE k AV n ELEMENTER :

	ORDNET	UORDNET
MED REP.	n^k	?? $\leftarrow \binom{k+n-1}{k}$
UTEN REP.	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$

Eks.: $n=5, k=3$



SKRIV OM TIL STJERNER OG SKILLEVEGGER:



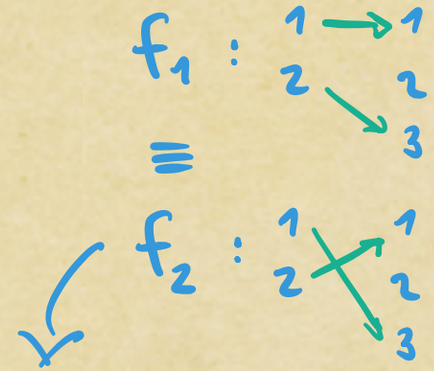
→ $3+4 = 7$ SYMBOLER $= k + (n-1)$.

OMFORMULERER TIL:

PÅ HVOR MANGE MÅTER KAN JEG VELGE AT 3 AV 7 SYMBOLER ER STJERNER? → $\binom{7}{3}$

UORDNET UTVALG UTEN REP!

Systematisert Opptelling



Kan også telle funksjoner!

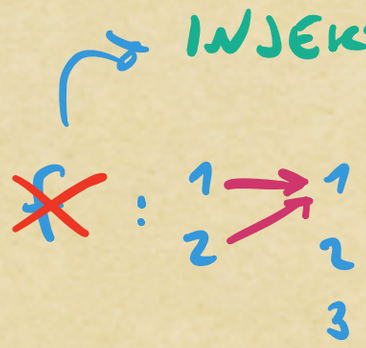
Gitt at:

$|K| = k$ og $|N| = n$,

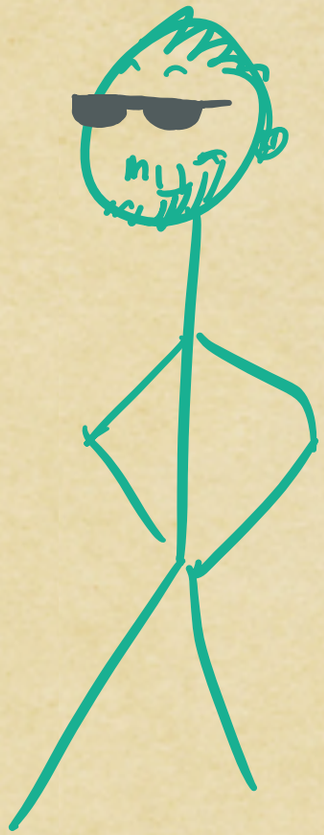
antall funksjoner

$f : K \to N$:

	Adskill K	Identifiser K
Alle	n^k	$\binom{k+n-1}{k}$
→ Injektive	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$



(Eks: $k = 2$, $n = 3$)

KOMBINATORIKK

- REPETISJON : SANNSYNLIGHET
- MULTIPLIKASJONSPRINSIPPET
- PERMUTASJONER
- UORDNEDE UTVALG
- ORDNEDE UTVALG
- INKLUSJON/EKSKLUSJON
- PASCALS TREKANT
- BINOMIALKOEFFISIENTER
- STJERNER OG STOLPER