NTNU
Institutt for matematiske fag

TMA4140
Diskret matematikk

Plenumsregning 11

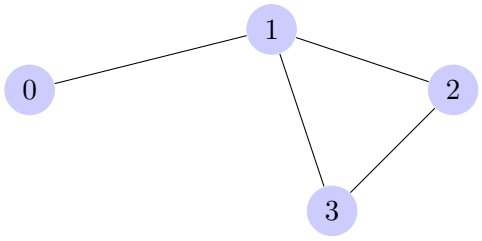
Høst 2023

1 **Hint til øving 8:** La $\mathcal{S}$ og formlene φ_1, φ_2 være som i oppgaveteksten til Øving 8. Betrakt påstanden

$$\varphi_h = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \exists x \forall y (x = y \vee E(x, y))$$

(OBS: I første utgave av denne oppgaven var det en skrivefeil i påstanden over)

a) Bestem om modellen tegnet under tilfredstiller φ_h.



b) Tegn en modell av størrelse 2 som tilfrestiller φ_h.

2 Den komplette grafen på n noder, K_n, er grafen som består av n punkter som alle er koblet sammen med en kant. Tegn K_4. Hvor mange kanter er det i K_n?

3 Vis at enhver endelig graf har et partall antall noder med oddetalls grad.

Bruk dette resultatet til å komme fram til at det i et klasserom med 21 elever er umulig at alle har nøyaktig 9 venner.

4 La $k \leq n$ være naturlige tall. Illustrer påstandene under ved hjelp av Pascals trekant og argumenter for at de er sanne generelt.

a)

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

b)

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n$$