NTNU
Institutt for matematiske fag

TMA4140
Diskret matematikk

# Øving 4

Høst 2023

Øvingen skal leveres inn digitalt på OVSYS, som én enkelt .pdf-fil. Alle svar skal begrunnes.

**1** Ta stilling til logisk implikasjon mellom de følgende parene av logiske utrykk. Spesifikt, for hvert par av logiske utrykk bestem om den andre er en logisk konsekvens av den først, og bestem om den andre er en logisk konsekvens av den første.

a) $p \vee q$ og $q \wedge p$

b) $p \to q$ og $q \to p$

c) $(p \to q) \wedge (q \to r)$ og $p \to r$

d) $((p \to r) \vee q) \wedge \neg q$ og $p \to r$.

e) $(p \to q)$ og $\neg p \to \neg q$

**2** La $M = \{p, \neg q, p \to (r \vee s)\}$ være en mengde logiske påstander.

a) Finn en valuasjon $v$ som tilfredstiller alle påstandene i $M$.

b) Finn en valuasjon $v$ som ikke tilfredstillller alle påstandene i $M$.

c) Er konjunksjonen av alle påstandene i $M$ en tautologi?

d) Er disjunksjonen av alle påstandene i $M$ en tautologi?

**3** I oppgavene under skal du anvende diverse bevisteknikker til å dedusere forskjellige egenskaper til irrasjonelle tall.

a) La $x$ være et reelt tall. Vis med kontrapositivt bevis at $1/x$ er irrasjonell hvis $x$ er irrasjonell.

b) Bevis eller finn et moteksempel til påstanden 'produktet av to irrasjonelle tall er irrasjonelt'.

c) Vis at summen av et rasjonelt og et irrasjonelt tall er irrasjonelt.

d) La $x \in \mathbb{R}$ være et irrasjonelt tall, og la $k \in \mathbb{Z}$ være et heltall. Bruk bevis ved motsigelse til å vise at $kx$ er et irrasjonelt tall.

e) La $x, y \in \mathbb{R}$ være irrasjonelle tall. Vis at minst ett av tallene $x + y$ og $x - y$ er irrasjonelt.