NTNU
Institutt for matematiske fag

TMA4140
Diskret matematikk

Øving 3

Høst 2023

1 Vis ved induksjon at $\sum_{i=0}^{i=n} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ for alle $n \in \mathbb{N}$.

2 Vis at $8 \mid a^2 - 1$ for alle oddetall a.

3 La L være et alfabet med $l \geq 1$ elementer. Vis ved induksjon at det finnes l^n strenger med lengde n over L.

4 Her skal vi se på bitstrenger hvor 11 ikke forekommer.

La a_i være *antallet* bitstrenger av lengde i hvor 11 ikke forekommer. Vi har $a_0 = 1$ (det finnes bare én bitstreng av lengde 0), $a_1 = 2$ og $a_2 = 3$.

a) Regn ut a_4.

b) Vis at $a_i = f_{i+2}$ for alle $i \geq 0$, hvor f_{i+2} er det $i + 2$'te Fibonacci-tallet. (Hint: Vis først at påstanden holder for $i \in \{0, 1\}$ og vis så at $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ for alle $n \geq 2$.)