NTNU
Institutt for matematiske fag

TMA4140
Diskret matematikk

Øving 10

Høst 2023

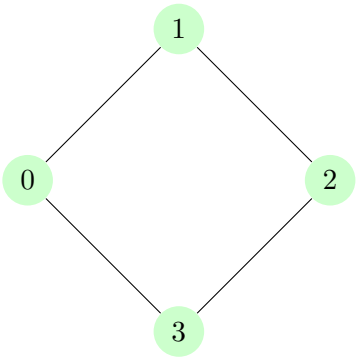
Øvingen skal leveres inn digitalt på OVSYS, som én enkelt .pdf-fil.

1 For hver av grafene under, besvar følgende spørsmål:

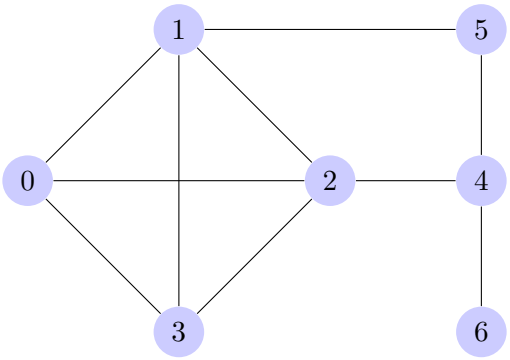
1. Kan grafen fargelegges med to farger på en måte slik at alle nabonoder har ulik farge?
2. Har grafen en Eulersk vei?
3. Har grafen en Eulersk krets?
4. Har grafen en hamiltonsykel?
5. Hvor mange isomorfier er det fra grafen til seg selv?

a) Den rød grafen under

b) Den grønne grafen under



c) Den blå grafen under



d) Den komplette grafen på 73 noder, K_{73}. (Grafen med 73 noder og hvor alle noder er koblet til alle andre enn seg selv)

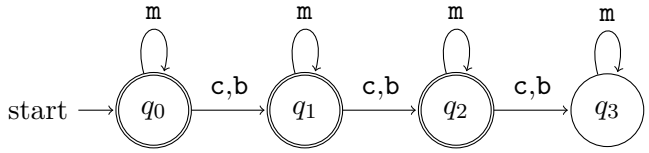
e) Grafen med noder $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ og med en kant $\{x, y\}$ hvis $x + y$ er et oddetall.
(Hint: Tegn grafen slik at nodene representert av partall er på én side, og nodene representert av oddetall er på den andre siden)

2 Du har fått i jobb å være med å designe en snacks-automat til linjeforeningen din. Den skal fungere ved at brukeren først kaster inn noen mynter, og så velger seg ut en eller flere snacks. Du tror endelige tilstandsmaskiner kan hjelpe, og designer dermed en prototype på papir:

La $\mathcal{S}$ være språket $\{\texttt{m}, \texttt{b}, \texttt{c}\}^*$ altså alle strenger man kan skrive med bokstavene $\texttt{m}, \texttt{b}, \texttt{c}$ (inkludert den tomme strengen). Her skal `m` representere at man kaster på en mynt, `b` betyr at man spør om en brus og `c` at man spør om en pose chips.

Å legge på 2 mynter og så be om en brus og så be om en pose chips vil da representeres ved strengen `mmbc`.

a) Beskriv strengene i $\{\texttt{m}, \texttt{b}, \texttt{c}\}^*$ som maskinen illustert under vil akseptere. Aksepterende tilstander er markert med dobbel rand.



b) La $\mathcal{S}_5$ være språket som består av strengene i $\mathcal{S}$ som inneholder maksimalt 5 `m`-ere. Skriv en endelig tilstandsmaskin som godtar nøyaktig de strengene fra $\mathcal{S}$ som også ligger i $\mathcal{S}_5$.

c) Si at prisen på en brus skal være 2 mynter og prisen på en pose chips skal være 1 mynt. Skriv en endelig tilstandsmaskin som godkjenner nøyaktig de strengene fra $\mathcal{S}_5$ som representerer interaksjoner med snacks-maskinen hvor brukeren alltid har råd til til den mengden snacks de spør om, når de spør om den.

En streng skal altså *ikke* bli akseptert hvis det på noe tidspunkt er spurt som snacks til en samlet verdi som er høyere enn antall mynter så langt lagt på. Strengen `mmbcmm` skal altså for eksempel *ikke* aksepteres, men `mmmc` skal aksepteres.

Merk: Det er uproblematisk om maskinen din godtar strenger som ligger utenfor $\mathcal{S}_5$. Kravet handler bare om hvilke strenger fra $\mathcal{S}_5$ maskinen skal og skal ikke akseptere.