PRØVEEKSAMEN LF

FOR OPPGAVER SOM IKKE BLE GJENNOMGÅTT:

8b, 8e og 8f

8.

b) $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \rightarrow \neg P)$

HVA FØLGER?

- $P \vee Q$
- $P \vee R$
- $\neg P \vee Q$
- $(R \rightarrow P) \rightarrow Q$

Jeg vil presentere 2 metoder, nemlig de to jeg prøvde (og feilet) å vise på forelesning.

Først en litt "smart" måte, deretter en "Brute Force" teknikk.

8. b) $(P \to Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \to \neg P)$

Prøver å skrive om. Bruker at $A \to B = \neg A \vee B$.

$= (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg R \vee \neg P)$

↖ Kan med én gang se at $\neg P \vee Q$ er én av formlene som følger. Men hva med de andre?

8. b) $(P \to Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \to \neg P)$

Prøver å skrive om. Bruker at $A \to B = \neg A \vee B$.

osv.

$= (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg R \vee \neg P)$

Vil skrive om slik at vi bare har parenteser med $\vee$ mellom. "Ganger ut".

$= (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg P) \vee (\neg P \wedge R \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge R \wedge \neg P)$

$\vee (Q \wedge Q \wedge \neg R) \vee (Q \wedge Q \wedge \neg P) \vee (Q \wedge R \wedge \neg R) \vee (Q \wedge R \wedge \neg P)$

8. b) $(P \to Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \to \neg P)$

HAR:

$(\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg P) \vee (\neg P \wedge R \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge R \wedge \neg P)$

$\vee (Q \wedge Q \wedge \neg R) \vee (Q \wedge Q \wedge \neg P) \vee (Q \wedge R \wedge \neg R) \vee (Q \wedge R \wedge \neg P)$

All'tdd F → kan fjernes.

FORENKLER:

$= (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee (Q \wedge \neg R)$

$\vee (Q \wedge \neg P) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$.

Like, fjern én av dem.

Overflødig: Implisert av $(\neg P \wedge Q)$

$= (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee (Q \wedge \neg R)$.

8. b) $(P \to Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \to \neg P)$

Har:

$(\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee (Q \wedge \neg R)$.

Kan nå lage tabell med disse fre.

$(R \to P) \to Q =$
$\neg(\neg R \vee P) \vee Q$

	$P \vee Q$	$P \vee R$	$\neg P \vee Q$	$(R \wedge \neg P) \vee Q$
$\neg P \wedge Q$	T	?	T	T
$\neg P \wedge R$	?	T	T	T
$Q \wedge \neg R$	T	?	T	T

8. b) $(P \to Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \to \neg P)$

Hvis:

$(\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee (Q \wedge \neg R)$.

Kan nå lage tabell med disse fre.

$(R \to P) \to Q =$
$\neg(\neg R \vee P) \vee Q$

	$P \vee Q$	$P \vee R$	$\neg P \vee Q$	$(R \wedge \neg P) \vee Q$
$\neg P \wedge Q$	T	?	T	T
$\neg P \wedge R$	?	T	T	T
$Q \wedge \neg R$	T	?	T	T

⇒ Svar: $\neg P \vee Q$ og $(R \to P) \to Q$

Hvis formelen vi startet med er sann, vet vi at én av disse er sann. Hvis en annen formel er sann uansett hvilken av de det er, må den følge (være en logisk konsekvens av) formelen.

"BRUTE-FORCE" METODE : SANNHETSVERDITABELL.

ALLE MULIGE SANNHETSVERDIER →

$(P \to Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \to \neg P)$ =

$(R \to P) \to Q =$
$\neg(\neg R \vee P) \vee Q =$

	$(\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg R \vee \neg P)$	$P \vee Q$	$P \vee R$	$\neg P \vee Q$	$(R \wedge \neg P) \vee Q$
$P \wedge Q \wedge R$	F ~~$(\neg R \vee \neg P)$~~	T	T	T	T
$P \wedge Q \wedge \neg R$	T	T	T	T	T
$P \wedge \neg Q \wedge R$	F ~~$(\neg P \vee Q)$~~	T	T	F	F
$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	F ~~$(\neg P \vee Q)$~~	T	T	F	F
$\neg P \wedge Q \wedge R$	T	T	T	T	T
$\neg P \wedge Q \wedge \neg R$	T	T	F	T	T
$\neg P \wedge \neg Q \wedge R$	T	F	T	T	T
$\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	F ~~$(Q \vee R)$~~	F	F	T	F

"BRUTE-FORCE" METODE : SANNHETSVERDITABELL.

ALLE MULIGE SANNHETSVERDIER →

	$(P \to Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \to \neg P)$ = $(\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg R \vee \neg P)$	$P \vee Q$	$P \vee R$	$\neg P \vee Q$	$(R \to P) \to Q$ = $\neg(\neg R \vee P) \vee Q$ = $(R \wedge \neg P) \vee Q$
PQR	F ~~$(\neg R \vee \neg P)$~~	T	T	T	T
PQ¬R	T →	T	T	T	T
P¬QR	F ~~$(\neg P \vee Q)$~~	T	T	F	F
P¬Q¬R	F ~~$(\neg P \vee Q)$~~	T	T	F	F
¬PQR	T →	T	T	T	T
¬PQ¬R	T →	T	F ×	T	T
¬P¬QR	T →	F ×	T	T	T
¬P¬Q¬R	F ~~$(Q \vee R)$~~	F	F	T	F

Ser at hvis formelen er sann (T), så er $\neg P \vee Q$ og $(R \wedge \neg P) \vee Q$ også sanne, og at dette ikke holder for noen av de andre.

8. e) Finn gcd(551551, 50065)

Bruker Euklids algoritme.

Begynner med å sette det største tallet til venstre.

$$551551 = 11 \cdot 50065 + 836$$ ← Ignorerer kvotienten

$$50065 = 59 \cdot 836 + 741$$

$$836 = 1 \cdot 741 + 95$$

$$741 = 7 \cdot 95 + 76$$

$$95 = 1 \cdot 76 + 19$$

$$76 = 4 \cdot 19 + 0$$

Siste rest før vi fikk rest = 0 er svaret vi ser etter.

→ $\gcd(551551, 50065) = 19$.

8. f) 10 forskjellige biler, 20 parkeringsplasser:

Hvor mange mulige konfigurasjoner?

Se for deg at plassene er nummererte fra 1 til 20, og at bilene blir gitt hver sin plass i rekkefølge, slik at bil nr. 1 får et tall mellom 1 og 20, deretter bil 2 fra ett av de resterende tallene, osv.

Da kan vi se at dette blir det samme som at man trekker 10 kort fra en kortstokk med 20 kort, og spør hvor mange resultater man kan få, gitt at man bryr seg om rekkefølgen.

→ Ordnet utvalg uten repetisjon.

8. f) 10 forskjellige biler, 20 parkeringsplasser:

Hvor mange mulige konfigurasjoner?

→ Ordnet utvalg uten repetisjon.

	O-dnet	Uo-dnet
Husk: Med rep.	n^k	$\binom{k+n-1}{k}$
Uten rep.	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$

$= \binom{n}{k} k!$ ← Alternativ skrivemåte.

670 milliarder 442 millioner 572 tusen 800.

Bruker formelen

med $n = 20$ og $k = 10$: $\frac{20!}{10!} = \frac{10! \cdot 11 \cdot \ldots \cdot 20}{10!} = 11 \cdot \ldots \cdot 20 =$

670442572800.

Takk for i år,

og lykke til videre!