Oppgave 1 La $P(m,n)$ være utsagnet «m er en divisor til n», der universalmengden er $\{2,3,4,\dots\}$. Hva er sannhetsverdien til de to utsagnene nedenfor? Begrunn svaret.

(*i*) $\exists n\,\forall m\,\big(\neg P(m,n)\big)$

(*ii*) $\forall m\,\exists n\,\big(\neg P(m,n)\big)$

Oppgave 2 Finn heltallet $x \in \{1,2,3,\dots,22\}$ som er slik at $x \equiv 3^{2^9} \pmod{23}$. Forklar fremgangsmåten.

Oppgave 3

a. Hvor mange binære strenger av lengde 20 finnes det som består av seks enere og fjorten nuller, der hver streng starter med en ener og hver ener etterfølges av minst to nuller?

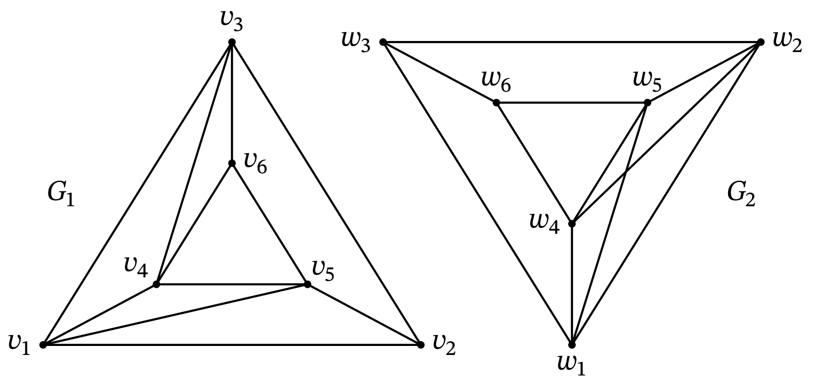
b. På hvor mange måter kan man fordele 17 identiske gjenstander i fire identiske esker, slik at hver eske inneholder minst tre gjenstander?

Oppgave 4 Gi et induksjonsbevis for formelen

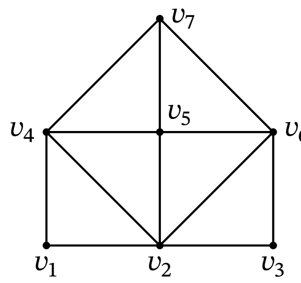
$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\cdots+\frac{n}{2^n} = 2-\frac{n+2}{2^n} \qquad \text{for alle } n \geq 1.$$

Oppgave 5

a. Avgjør om de to grafene G_1 og G_2 i figuren under er isomorfe eller ikke. Begrunn svaret.

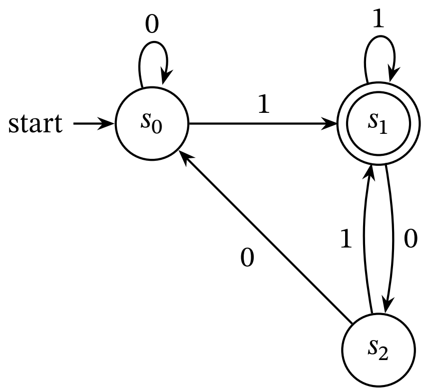


b. Avgjør om grafen under har en Hamiltonkrets. Begrunn svaret.



Oppgave 6 Konstruer en deterministisk endelig tilstandsautomat med høyst tre tilstander som gjenkjenner binære strenger som ender på en ener og har et odde antall enere (inklusive den på enden).

Oppgave 7 Nedenfor er en endelig tilstandsmaskin M med inputalfabet $\{0, 1\}$.



a. For hvilke input vil M *aldri* nå tilstanden s_2?

b. Finn et regulært uttrykk for språket som gjenkjennes av M.