Rett svar er markert med en pil til venstre for svaralternativet. Vær oppmerksom på at oppgavesettet ble gitt i fire versjoner, med de samme oppgavene i forskjellig rekkefølge.

Oppgave 1 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

A: $\big((\neg s \land u) \to (s \land v)\big) \to (\neg u \lor t)$

B: $\big(s \to (r \land \neg t)\big) \leftrightarrow \big((t \lor \neg t) \land ((s \lor r) \land r)\big)$

→ **C:** $\big(q \to (p \lor s)\big) \leftrightarrow \big((q \to p) \lor (q \to s)\big)$

D: $\big(p \to (\neg r \land s)\big) \to \big((s \to (r \lor q)) \land p\big)$

Oppgave 2 Hva er koeffisienten til y^5x^9 i ekspansjonen av $x^2(y-2x)^{12}$?

A: $-256\binom{12}{5}$

B: $-64\binom{12}{7}$

C: $-32\binom{12}{5}$

→ **D:** $-128\binom{12}{7}$

Oppgave 3 Hvor mange tall i mengden $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ er ikke delelig med 3 eller 7?

→ **A:** 57

B: 53

C: 48

D: 46

Oppgave 4 Hvor mange løsninger finnes det til ulikheten $x_1 + x_2 + x_3 \leq 12$, der $x_1 \geq 2$, $x_2 \geq -3$ og $x_3 \geq 1$?

→ **A:** $C(15, 12)$

B: $C(14, 11)$

C: $C(13, 3)$

D: $C(14, 12)$

Oppgave 5 Hvilke av følgende tall er kongruente med $6^{2^{31}}$ modulo 17?

A: 32

B: 31

C: 30

→ **D:** -16

Oppgave 6 Hvilke av følgende utsagn er riktige?

A: Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $720s + 1911t = 1$

→ **B:** $28^{145} \equiv 2 \pmod{13}$

→ **C:** $a \equiv b \pmod{10}$ og $c \equiv d \pmod{10}$ medfører at $a^9 + c^9 \equiv b^9 + d^9 \pmod{10}$

D: Det finnes $u, v \in \mathbb{Z}$ slik at $9541u + 2891v = 11$

Oppgave 7 Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ er surjektive?

A: $f(m, n) = 49m - 14n$

→ **B:** $f(m, n) = n^3 - |m|$

→ **C:** $f(m, n) = n^3 + |m|$

D: $f(m, n) = (m + n)^5 - (m + n)$

Oppgave 8 Hva er største felles divisor til 9888 og 6060?

→ **A:** 12

B: 6

C: 3

D: 24

Oppgave 9 Anta $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, der f er injektiv og g er surjektiv.
Hvilke av følgende utsagn er nødvendigvis sanne?

A: $g \circ f$ er surjektiv

B: $f \circ g$ er injektiv

→ **C:** $g \circ g$ er surjektiv

D: f^2 er injektiv (der $f^2(x) = f(x)^2$)

Oppgave 10 Hvilke av følgende utsagn er sanne, der universalmengden er de hele tallene $\mathbb{Z}$?

→ **A:** $\exists n \exists s \exists t\big((n-2)s + (n+2)t = 1\big)$

B: $\forall n \exists s \exists t\big((n-2)s + (n+2)t = 2\big)$

C: $\forall p \forall q \exists r\big((p < q) \to ((r > p) \land (r < q))\big)$

→ **D:** $\forall p \forall q \exists r\big((p < r) \to (p \geq q)\big)$

Oppgave 11 Gitt rekurrensrelasjonen $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ der $n \geq 2$,
og med initialbetingelsene $a_0 = 1$ og $a_1 = -5$, hva er a_{11}?

→ **A:** $-1\,025\,390\,625$

B: $-48\,828\,125$

C: $-8\,203\,125$

D: $-205\,078\,125$

Oppgave 12 Hva er det minste positive tallet x slik at

$$\begin{aligned} x &\equiv 4 \pmod{11}, \\ x &\equiv 2 \pmod{5}, \\ x &\equiv 3 \pmod{4}? \end{aligned}$$

A: 59

B: 27

→ **C:** 147

D: 37

Oppgave 13 Funksjonen $f : \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$ er definert ved $f(n) = 3n^4 - 11n^3 + 5n - 12$. Hvilke av følgende er riktig?

→ **A:** $f(n)$ er $O\left(\frac{e^n}{1+n^{10}}\right)$

→ **B:** $f(n)$ er $\Theta(5n^4)$

C: $f(n)$ er $O\big(n^3 \log(n^2+1)\big)$

D: $f(n)$ er $\Theta(n^5)$

Oppgave 14 Hva er $(213\,992)_{10}$ i det heksadesimale systemet (dvs grunntall 16)?

A: $(D29704)_{16}$

→ **B:** $(343E8)_{16}$

C: $(34F3A)_{16}$

D: $(AACF9)_{16}$

Oppgave 15 Hvilke av følgende mengdeteoretiske identiteter er riktige?

A: $(\overline{C} \cup \overline{B}) \cap A = \overline{\big(A \cup (B \cap C)\big)}$

→ **B:** $(B \cup C) - A = (B - A) \cup (C - A)$

C: $A \cap B \cap C = \overline{\big(C \cup \overline{(A \cap B)}\big)}$

→ **D:** $\overline{A \cup \overline{(C \cap B)}} = B \cap \overline{A} \cap C$