INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siste siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres.

Det vil være minst ett riktig svaralternativ for hver oppgave, men det kan være flere. Totalt er det et sted mellom 15 og 30 riktige alternativ. Det gis 1 poeng for hvert riktig kryss, mens det trekkes 1 poeng for hvert gale kryss.

Oppgave 1 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $\neg((p \to r) \wedge (\neg p \to q)) \vee (\neg q \to r)$

Alt 2) $(r \vee \neg(q \wedge p)) \leftrightarrow ((\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r))$

Alt 3) $(\neg q \to \neg p) \wedge (\neg r \to \neg q)$

Alt 4) $(\neg p \vee (\neg r \to \neg q)) \leftrightarrow (\neg r \to \neg(p \wedge q))$

Oppgave 2 Gitt rekurrensrelasjonen $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ med betingelsene $a_0 = 1$ og $a_1 = 10$, hva er a_{10}?

Alt 1) $5^{10} + 2 \cdot 5^{11}$

Alt 2) 9390624

Alt 3) $(11001100111001000001011011)_2$

Alt 4) $(43645040)_8$

Oppgave 3 La $f_1 \colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ være gitt ved $f_1(n) = (2n)!$, $f_2(n) = n^n$, $f_3(n) = e^n$ og $f_4(n) = n^4$. Hvilke av de følgende påstandene er riktige?

Alt 1) f_3 er $O(f_2)$

Alt 2) f_4 er $\Theta(f_3)$

Alt 3) f_3 er $O(f_1)$

Alt 4) f_1 er $O(f_2)$

Oppgave 4 La universalmengden være $\mathbb{Z}_{42} = \{0, 1, \ldots, 41\}$.

Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) $\exists b \forall a (a \cdot b \equiv b \pmod{42})$

Alt 2) $\exists b (b \neq 1) \forall a (a^b \equiv a \pmod{42})$

Alt 3) Antall element i $\mathbb{Z}_{42}$ som har en invers modulo 42 i $\mathbb{Z}_{42}$ er 13.

Alt 4) Kongruensen $x^2 \equiv 1 \pmod{42}$ har nøyaktig 4 løsninger i $\mathbb{Z}_{42}$.

Oppgave 5 For $i = 1, 2, 3, 4, 5$ la $x_i \in \mathbb{N}$.

Hvor mange $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ finnes det i $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ slik at $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$?

Alt 1) 1820

Alt 2) 4368

Alt 3) $(130130)_4$

Alt 4) $(10420)_8$

Oppgave 6 Betrakt $\mathbb{Z}_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ og la

$$\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6 = \{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \,|\, a_i \in \mathbb{Z}_6, i = 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

La nå $A = \{(1, 1, a_3, a_4, a_5) \,|\, a_i \in \mathbb{Z}_6, i = 3, 4, 5\}$, $B = \{(a_1, a_2, a_3, 5, 5) \,|\, a_i \in \mathbb{Z}_6, i = 1, 2, 3\}$ og $C = \{(a_1, 3, a_3, 4, a_5) \,|\, a_i \in \mathbb{Z}_6, i = 1, 3, 5\}$.

Hvor mange element er det i $A \cup B \cup C$?

Alt 1) 643

Alt 2) $(1010000010)_2$

Alt 3) $(1203)_8$

Alt 4) $(456)_{12}$

Oppgave 7 Hva er koeffisienten foran monomet x^6y^3 i polynomet $2x^2y(3x - 5y)^6$?

Alt 1) 60750

Alt 2) 65966

Alt 3) 425

Alt 4) 30375

Oppgave 8 Hvor mange løsninger har kongruensen $x^2 \equiv 1 \pmod{56}$ i $\mathbb{Z}_{56} = \{0, 1, 2, \ldots, 55\}$?

Alt 1) 2

Alt 2) 4

Alt 3) 6

Alt 4) 8

Oppgave 9 Betrakt alle permutasjonene av $\{a, b, c, d, e\}$ og ordne dem i leksikografisk rekkefølge. Hvilken permutasjon kommer like foran $bcade$?

Alt 1) $bcaed$

Alt 2) $bacde$

Alt 3) $baedc$

Alt 4) $aedcb$

Oppgave 10 Hvilke av følgende funksjoner $f_i \colon \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ for $i = 1, 2, 3, 4$ er surjektive/på?

Alt 1) $f_1(m, n) = n^2 + n^3$

Alt 2) $f_2(m, n) = m - n$

Alt 3) $f_3(m, n) = 13m - 3n$

Alt 4) $f_4(m, n) = 8m - 2n$

Oppgave 11 Hvilke av følgende funksjoner $f_i \colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ for $i = 1, 2, 3, 4$ er injektive?

Alt 1) $f_1(x, y) = x \cdot y$

Alt 2) $f_2(x, y) = 2^x 3^y$

Alt 3) $f_3(x, y) = f_2(x, y) + 3x$

Alt 4) $f_4(x, y) = 5^x - 3^y$

Oppgave 12 År 2020 er et skuddår. 17. mai falt på en fredag i 2019. Hvilken dag faller 17. mai på i 2021?

Alt 1) lørdag

Alt 2) søndag

Alt 3) mandag

Alt 4) tirsdag

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktig. Det gis 1 poeng per riktige kryss, mens hvert galt kryss trekkes det 1 poeng for. Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				

ABCEF4T