Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Sverre Smalø

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

16. oktober 2018
Tid: 8.15 – 19.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siste siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres.

Det vil være minst ett riktig svaralternativ for hver oppgave, men det kan være flere. En får 1 poeng per riktig kryss, mens gale kryss trekkes en 1 poeng for.

Oppgave 1 Hvor mange sekunder er det i 66 uker?

Alt 1) $11!$

Alt 2) $(2120101111000)_4$

Alt 3) $(230212500)_8$

Alt 4) $(2611500)_{16}$

Oppgave 2 Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = 2a_{n-1} + 15a_{n-2}; \quad n \geq 2$$

med initialbetingelsene $a_0 = 0, a_1 = 2$. Hva er a_8?

Alt 1) 96016

Alt 2) 3724

Alt 3) 493202

Alt 4) 493201

Oppgave 3 La universalmengden være $\mathbb{Z}_{55} = \{0, 1, \ldots, 54\}$. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\forall a \exists b (a \cdot b \equiv 1 \pmod{55})$

Alt 2) $\exists b \forall a (a^b \equiv a \pmod{55})$

Alt 3) Antall element i $\mathbb{Z}_{55}$ som har en invers i $\mathbb{Z}_{55}$ er 40.

Alt 4) Kongruensen $x^2 \equiv 1 \pmod{55}$ har nøyaktig 2 løsninger modulo 55.

Oppgave 4 La $f_i \colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ for $i = 0, \ldots, 4$ være funksjoner slik at $f_1(n) = n!$, $f_2(n) = n^n$, $f_3(n) = 2^{10} \cdot 2^n$, og $f_4(n) = e^n$. Hvilke av følgende er riktige?

Alt 1) f_1 er $O(f_2)$

Alt 2) f_3 er $\Theta(f_4)$

Alt 3) f_3 er $O(f_4)$

Alt 4) f_1 er $O(f_3)$

Oppgave 5 Hvor mange uttrykk $s^k t^l u^m v^n$ finnes slik at $k + l + m + n = 10$ og k, l, m, n er alle heltall større enn eller lik 0?

Alt 1) 286

Alt 2) 1001

Alt 3) 715

Alt 4) $(100011110)_2$

Oppgave 6 La $n = (11011)_2$ og $m = (10100)_2$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $(n + m)_2 = (100111)_2$

Alt 2) $(n \cdot m)_2 = (1000011100)_2$

Alt 3) $(n^2 \cdot m^2)_2 = (1000111001100010000)_2$

Alt 4) $(n^3 \cdot m)_2 = (11000000000111111100)_2$

Oppgave 7 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $(x \to y) \leftrightarrow (y \wedge \neg x)$

Alt 2) $((x \to \neg y) \wedge (z \to y)) \to (x \to \neg z)$

Alt 3) $\neg(\neg(x \vee \neg y) \wedge \neg(y \vee \neg x))$

Alt 4) $((x \vee y) \wedge z) \to ((x \wedge y) \vee z)$

Oppgave 8 La universalmengden være alle strenger av lengde 5 fra alfabetet $\{a, b, c, d, e\}$.

La nå

$$A = \{aaX_3X_4X_5 | X_i \in \{a, b, c, d, e\}\},$$
$$B = \{X_1X_2X_3bb | X_i \in \{a, b, c, d, e\}\}$$

og

$$C = \{X_1aX_3bX_5 | X_i \in \{a, b, c, d, e\}\}.$$

Hvor mange strenger er det i $A \cup B \cup C$?

Alt 1) 5^3

Alt 2) 325

Alt 3) $3 \cdot 5^3$

Alt 4) 353

Oppgave 9 La universalmengden være $\mathbb{Q}$, altså de rasjonale tallene. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\forall x \exists y((x \neq 0) \rightarrow (x \cdot y = 1)$

Alt 2) $\exists x \forall y \exists z(y \cdot z = x)$

Alt 3) $\forall x \forall y \exists z(x - y = 2z)$

Alt 4) $\exists z \forall x \forall y(x - y = z + 2)$

Oppgave 10 La $f_i \colon \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_{1729}$ hvor $\mathbb{Z}_{1729} = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 1727, 1728\}$ for $i = 1, \ldots, 4$ være funksjoner. Husk at $n \mod m$ er en funksjon fra $\mathbb{Z}$ til $\mathbb{Z}_m$ som sender n til sin rest ved divisjon med m.

Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) f_1 slik at $f_1(n) = n \mod 1729$ er surjektiv.

Alt 2) f_2 slik at $f_2(n) = 7n \mod 1729$ er surjektiv.

Alt 3) f_3 slik at $f_3(n) = n + 6 \mod 1729$ er injektiv.

Alt 4) f_4 slik at $f_4(n) = 4n + 6 \mod 1729$ er surjektiv.

Oppgave 11 Hva er koeffisientene til $x^{10}y^5$ i utvidelsen av $(2x - y)^{15}$?

Alt 1) -3075072

Alt 2) -3075074

Alt 3) 3075076

Alt 4) 3075074

Oppgave 12 Hvis $a \equiv 16^{12 \cdot 18} \pmod{247}$, hvilke av følgende er riktige?

Alt 1) $a \equiv 8^{12 \cdot 18} \pmod{247}$

Alt 2) $a \equiv 5 \pmod{247}$

Alt 3) $a \equiv 1 \pmod{247}$

Alt 4) $a \equiv 7 \pmod{247}$

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktig. En får 1 poeng per riktige kryss, mens hvert galt kryss trekkes en 1 poeng for. Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				