



1 Oppgave 3 gitt til eksamen i 75020 Matematikk 2, sommeren 1997

- a) Finn alle funksjoner av formen  $u(x, y) = F(x)G(y)$  i rektangelet  $0 < x < a, 0 < y < b$ , som tilfredstiller

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad \text{og} \quad u_x(0, y) = u_x(a, y) = u(x, 0) = 0.$$

- b) Finn den funksjonen som i tillegg til betingelsene under punkt a), tilfredstiller,

$$u(x, b) = \cos \frac{\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi x}{a}.$$

2 Oppgave 4 gitt til eksamen i 75020 Matematikk 2, sommeren 1995

Løs den partielle differensialligningen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = t \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

der  $-\infty < x < \infty$  og  $t \geq 0$ , under betingelsene

- i)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} u(x, t) = 0$  og  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = 0$ ,  
ii)  $u(x, 0) = f(x)$ ,

der  $f(x)$  er en funksjon som har en Fourier-transformert.

Vis at svaret kan skrives på formen

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x - st)g(s) ds,$$

der funksjonen  $g(s)$  skal bestemmes.

3 Løs ligningen

$$x^2 - 20x + 1 = 0$$

ved å bruke (6) og (7) i kapittel 19.1 i boken. Bruk 6S (seks signifikante siffer) i alle mellomregningene. Sammenlign resultatene og kommenter.

Fasit: Fra (6):  $x_1 = 19,9499$ ,  $x_2 = 0,0501$ . Fra (7):  $x_1 = 19,9499$ ,  $x_2 = 0,0501256$ .

4 Bevis teorem 1 del a) i kapittel 19.1 i boken, for addisjon.

5 Bruk fikspunktiterasjoner til å finne roten nær 1 til ligningen

$$f(x) = x^4 - x + 0,2 = 0,$$

der  $x_0 = 1$ .

Fasit:	$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	$x_n$	1	0,9457	0,9293	0,9241	0,9225	0,9220	0,9218	0,9217	0,9217

6 Ved å bruke Newtons metode, løs ligningen

$$x = \cos x, \quad x_0 = 1.$$

Skissér funksjonene som inngår i ligningen.

Fasit:	$n$	0	1	2	3	4
	$x_n$	1	0,750364	0,739113	0,739085	0,739085

7 Ved å bruke sekantmetoden, løs ligningen

$$e^{-x} - \tan x = 0, \quad x_0 = 1, \quad x_1 = 0,7.$$

Fasit:	$n$	0	1	2	3	4	5	6
	$x_n$	1	0,7	0,577094	0,534162	0,531426	0,531391	0,531391