

- 1 Oppgave 4 gitt til eksamen i SIF5017 Matematikk 4D sommeren 2001

Bruk Fourier-transformasjonen til å finne $f(x)$ når

$$f(x) = e^{-|x|} - 4 \int_{-\infty}^{\infty} f(p) e^{-|x-p|} dp.$$

Opgitt Fourier-transformert: $(e^{-a|x|}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{a^2 + w^2}$ ($a > 0$)

- 2 Oppgave 3 gitt til eksamen i SIF5017 Matematikk 4D, høsten 2002

Funksjonene $f(x)$ og $g(x)$ er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } |x| < 1, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases} \quad \text{og} \quad g(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{for } x > 0, \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

- a) Vis at de Fourier-transformerte av $f(x)$ og $g(x)$ er

$$\hat{f}(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin w}{w} \quad \text{og} \quad \hat{g}(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1 - iw}{1 + w^2}.$$

- b) La $h(x)$ være konvolusjonen av $f(x)$ og $g(x)$. Gjør rede for at

$$h(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 - iw) \sin w}{w(1 + w^2)} e^{iwx} dw$$

og bestem verdien av integralet

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin w}{w(1 + w^2)} dw.$$

(Du kan bruke, uten bevis, at $h(x)$ er kontinuerlig.)

- 3 Løs den partielle differensialligningen

$$u_y + 2yu = 0$$

der $u = u(x, y)$.

- 4 Løs den partielle differensialligningen

$$u_{xx} = 4y^2u$$

der $u = u(x, y)$.

5 Løs den partielle differensialligningen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

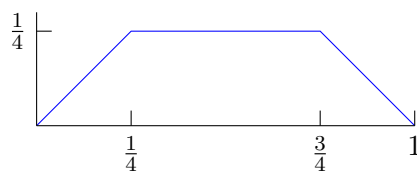
med randverdibetingelser

$$u(0, t) = u(1, t) = 0,$$

og initialbetingelser

$$u(x, 0) = f(x) \quad \text{og} \quad u_t(x, 0) = 0,$$

der grafen til $f(x)$ er gitt ved



6 Løs den partielle differensialligningen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

med randverdibetingelser

$$u(0, t) = u(1, t) = 0,$$

og initialbetingelser

$$u(x, 0) = f(x) \quad \text{og} \quad u_t(x, 0) = 0,$$

der grafen til $f(x)$ er gitt ved

