Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving 6

1 Oppgave 3 gitt til eksamen i SIF5017 Matematikk 4D sommeren 2001

Det oppgis at funksjonen $f(x) = \sin^2 x$ for $0 \leq x \leq \pi$ har Fourier-sinusrekke gitt ved

$$-\frac{8}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(2m+1)x}{(2m-1)(2m+1)(2m+3)}. \qquad (*)$$

Skissér grafen til summen av rekken $(*)$ for $-2\pi \leq x \leq 2\pi$. Bruk $(*)$ til å finne summen av rekken

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{(2m-1)(2m+1)(2m+3)}.$$

2 Vis at det gitte integralet representerer den indikerte funksjonen.

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin w - w\cos w}{w^2} \sin wx \, dw = \begin{cases} \frac{\pi x}{2} & \text{for } 0 < x < 1, \\ \frac{\pi}{4} & \text{for } x = 1, \\ 0 & \text{for } x > 1. \end{cases}$$

3 Vis at det gitte integralet representerer den indikerte funksjonen.

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin w\pi \sin wx}{1 - w^2} \, dw = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \sin x & \text{for } 0 \leq x \leq \pi, \\ 0 & \text{for } x > \pi. \end{cases}$$

4 Representer funksjonen,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{for } 0 < x < a, \\ 0 & \text{for } x > a, \end{cases}$$

som et Fourier-integral der

$$A(w) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(v) \cos wv \, dv, \quad \text{og} \quad B(w) = 0.$$

5 Representer funksjonen,

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{for } 0 < x < \pi, \\ 0 & \text{for } x > \pi, \end{cases}$$

som et Fourier-integral der

$$A(w) = 0, \quad \text{og} \quad B(w) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty f(v)\sin wv \,\mathrm{d}v.$$

$\boxed{6}$ Finn Fourier-transformasjonen til funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} e^{kx} & \text{for } x < 0, \\ 0 & \text{for } x > 0, \end{cases}$$

der $k > 0$, uten å benytte tabellen i boken. Vis alle nødvendige mellomregninger.