



- 1 Oppgave 2 gitt til eksamen i TMA4135 Matematikk 4D høsten 2003

Løs integralligningen

$$y(t) = 1 - \int_0^t (t - \tau)y(\tau) \, d\tau, \quad t > 0.$$

- 2 Oppgave 3 gitt til eksamen i TMA4135 Matematikk 4D høsten 2003

a) La  $f(x) = x(1 - x)$  for  $0 \leq x \leq 1$ . Finn Fourier-sinusrekken til  $f(x)$ .

b) Bestem summen av rekken  $1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \dots$ .

- 3 Vis at de komplekse Fourier-koeffisientene til en jevn funksjon er reelle, og at de komplekse Fourier-koeffisientene til en odde funksjon er rent imaginære.

- 4 Finn den komplekse Fourier-rekken til funksjonen

$$f(x) = x^2 \quad (-\pi < x < \pi).$$

- 5 Skriv den komplekse Fourier-rekken til funksjonen

$$f(x) = x^2 \quad (-\pi < x < \pi),$$

på reell form.

- 6 Finn det trigonometriske polynomet  $F(x) = A_0 + \sum_{n=1}^N (A_n \cos nx + B_n \sin nx)$  som minimerer feilen

$$E = \int_{-\pi}^{\pi} (f(x) - F(x))^2 \, dx,$$

der  $f(x) = e^{-|x|}$  for  $-\pi < x < \pi$ . Regn ut  $E$  for  $N = 1, 2, \dots, 5$ .