TMA4135 Matematikk 4D
Høst 2011

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving 4

1 Oppgave 1, eksamen i SIF5017 Matematikk 4D høsten 2002

La funksjonen $f(t)$ være definert ved

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 < t < 1, \\ (t-1)^2 & \text{for } t > 1, \end{cases}$$

og la $g(t) = \int_0^t f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ for $t > 0$.

a) Finn de Laplace-transformerte $F(s)$ og $G(s)$ til $f(t)$ og $g(t)$.

b) Bruk Laplace-transformasjonen til å løse differensialligningssystemet

$$\begin{aligned} x_1' + x_2 &= f(t) \\ x_1 - x_2' &= g(t) \end{aligned}$$

med startverdiene $x_1(0) = 0$ og $x_2(0) = 1$.

2 Er funksjonen

$$f(x) = \pi - |x| \qquad (-\pi < x < \pi),$$

jevn eller odde? Finn Fourier-rekken til $f(x)$. Skissér grafen til $f(x)$ og summen av noen av leddene i den tilhørende Fourier-rekken.

3 Er funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} \pi e^{-x} & \text{for } -\pi < x < 0, \\ \pi e^{x} & \text{for } 0 < x < \pi, \end{cases}$$

jevn eller odde? Finn Fourier-rekken til $f(x)$. Skissér grafen til $f(x)$ og summen til noen av leddene i den tilhørende Fourier-rekken.

4 Regn ut $\mathrm{d}w/\mathrm{d}t$ der

$$w = \frac{y}{x}, \quad x = g(t), \quad y = h(t).$$

Kontroller svaret ditt ved subsitutsjon og derivasjon.

5 Regn ut $\partial w/\partial u$ og $\partial w/\partial v$ der

$$w = 4x^2 - 4y^2, \quad x = u + 2v, \quad y = 2u - v.$$

Kontroller svaret ditt ved subsitutsjon og derivasjon.

$\boxed{6}$ Finn den retningsderiverte til $f = x^2 + y^2 + z^2$ i punktet $P(2, -2, 1)$ i retningen til vektoren $\mathbf{a} = (-1, -1, 0)$.

$\boxed{7}$ Finn den retningsderiverte til $f = xyz$ i punktet $P(-1, 1, 3)$ i retningen til vektoren $\mathbf{a} = (1, -2, 2)$.

$\boxed{8}$ Oppgave 8, eksamen i TMA4135 Matematikk 4D, høsten 2005

La f være funksjonen gitt ved $f(x, y, z) = 2xyz(e^x + e^y - e^z)$, og la $\mathbf{v}$ være en vektor som står vinkelrett både på $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ og $\mathbf{b} = \mathbf{j} - \mathbf{k}$, og som har negativ $\mathbf{k}$-komponent.

Finn den retningsderiverte av f i punktet $P(1, -1, -1)$ i retningen til vektoren $\mathbf{v}$.