NTNU
Kunnskap for en bedre verden

# TMA4130

## Numerisk løsninger av ODL.

Eduard Ortega
Department of Mathematical sciences, NTNU
uke 45

# Eulers metode

## Eulers metode

Når vi bruker Eulers metode med skrittlengde $h$ til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0 \,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene $(x_n, y_n)$ definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + h \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1})$$

# Eulers bakover metode

## Eulers bakover metode

Når vi bruker Eulers metode med skrittlengde $h$ til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0 \, ,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene $(x_n, y_n)$ definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + h \cdot f(x_n, y_n)$$

# Eulers midtpunktsmetode

## Eulers midtpunktsmetode

Når vi bruker Eulers midtpunktsmetode med skrittlengde $h$ til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0\,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene $(x_n, y_n)$ definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + h \cdot f(x^*_{n-1}, y^*_{n-1})\,,$$

der

$$(x^*_{n-1}, y^*_{n-1}) = \left(x_{n-1} + \frac{h}{2}, y_{n-1} + \frac{h}{2} \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1})\right)$$

## Runge-Kuttas metode

### Eulers midtpunktsmetode

Når vi bruker Eulers Runge-Kuttas metode med skrittlengde $h$ til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0\,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene $(x_n, y_n)$ definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + k_{n-1}\,,$$

der

$$k_{n-1} = \frac{1}{6}(k_{1,n-1} + 2 \cdot k_{2,n-1} + 2 \cdot k_{3,n-1} + k_{4,n-1})\,,$$

og

$$k_{1,n-1} = h \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1})\,, \qquad k_{2,n-1} = h \cdot f\left(x_{n-1} + \frac{h}{2}, y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot k_{1,n-1}\right)$$

$$k_{3,n-1} = h \cdot f\left(x_{n-1} + \frac{h}{2}, y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot k_{2,n-1}\right)\,, \qquad k_{4,n-1} = h \cdot f(x_{n-1} + h, y_{n-1} + k_{3,n-1})$$