NTNU
Kunnskap for en bedre verden

TMA4130

Numerisk løsninger av ODL.

Eduard Ortega
Department of Mathematical sciences, NTNU

uke 45

Eulers metode

Eulers metode

Når vi bruker Eulers metode med skrittlengde h til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0\,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene (x_n, y_n) definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + h \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1})$$

Eulers bakover metode

Eulers bakover metode

Når vi bruker Eulers metode med skrittlengde h til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0 \,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene (x_n, y_n) definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + h \cdot f(x_n, y_n)$$

Eulers midtpunktsmetode

Eulers midtpunktsmetode

Når vi bruker Eulers midtpunktsmetode med skrittlengde h til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0 \,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene (x_n, y_n) definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + h \cdot f(x^*_{n-1}, y^*_{n-1}) \,,$$

der

$$(x^*_{n-1}, y^*_{n-1}) = \left(x_{n-1} + \frac{h}{2}, y_{n-1} + \frac{h}{2} \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1}) \right)$$

Eulers forbedret metode

Eulers forbedret metode

Når vi bruker Eulers midtpunktsmetode med skrittlengde h til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0 \,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene (x_n, y_n) definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + k_{n-1} \,,$$

der

$$k_{n-1} =: \frac{1}{2}(k_{1,n-1} + k_{2,n-1})$$

hvor

$$k_{1,n-1} = h \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1}) \qquad k_{2,n-1} = h \cdot f(x_n, y_{n-1} + k_{1,n-1}) \,.$$

Runge-Kuttas metode

Runge-Kuttas metode

Når vi bruker Eulers Runge-Kuttas metode med skrittlengde h til å regne ut en tilnærmet løsning av initialverdiproblemet

$$y'(x) = f(x, y) \qquad y(x_0) = y_0\,,$$

vil den tilnærmede løsningen være en brudden linje som går gjennom punktene (x_n, y_n) definert ved

$$x_n = x_0 + n \cdot h \qquad y_n = y_{n-1} + k_{n-1}\,,$$

der

$$k_{n-1} = \frac{1}{6}(k_{1,n-1} + 2 \cdot k_{2,n-1} + 2 \cdot k_{3,n-1} + k_{4,n-1})\,,$$

og

$$k_{1,n-1} = h \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1})\,, \qquad k_{2,n-1} = h \cdot f\left(x_{n-1} + \frac{h}{2}, y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot k_{1,n-1}\right)$$

$$k_{3,n-1} = h \cdot f\left(x_{n-1} + \frac{h}{2}, y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot k_{2,n-1}\right)\,, \qquad k_{4,n-1} = h \cdot f(x_{n-1} + h, y_{n-1} + k_{3,n-1})$$