NTNU
Kunnskap for en bedre verden

TMA4130

Laplacetransformasjon og introduksjonen til numerisk analyse

Eduard Ortega
Department of Mathematical sciences, NTNU

uke 41

Deriverter og integraler av Laplace transformasjon

Deriverte

$$\mathcal{L}(t \cdot f(t)) = -F'(s) \qquad \text{og} \qquad \mathcal{L}^{-1}(F'(s)) = -t \cdot f(t)$$

Integral

$$\mathcal{L}\left(\frac{f(t)}{t}\right) = \int_s^\infty F(u)du \qquad \text{og} \qquad \mathcal{L}^{-1}\left(\int_s^\infty F(u)du\right) = \frac{f(t)}{t}\,.$$

NUMERISK ANALYSE

Numerisk analyse

Mål: Finn numeriske metoder for å løse

- $f(x) = 0$ (Newtons metode),
- polynomisk interpolasjon,
- numerisk integrasjon, (Simpsons og trapezoid metoder)
- lineær systemer, $A \cdot \overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$, (Gauss, Jacobi og Gauss-Seidel),
- ODL $y' = f(x, y)$, (Euler og Rugge-Kutta metoder),
- PDL (differenslikninger og Crank-Nicolson metode).

$$
\begin{aligned}
\pi = {} & 3.14159265358979323846264338327950288 4\\
& 19716939937510582097494459230781640628\\
& 6208998628034825342117067982148086 51\\
& 32823066470938446095505822317253594081\\
& 28481117450284102701938521105559644622\\
& 94895493038196442881097566593344612847\\
& 56482337867831652712019091456485669234\\
& 60348610454326648213393607260249141273\\
& 72458700660631558817488152092096282925\\
& 40917153643678925903600113305305488204\\
& 66521384146951941511609433057270365759\\
& 59195309218611738193261179310511854807\\
& 44623799627495673518857527248912279381\\
& 83011949129833673362440656643086021394\\
& 94639522473719070217986094370277053921
\end{aligned}
$$

Let x være en tall, og let $\widehat{x}$ være en tilnærming til x. Da,

$$\varepsilon^x := |x - \widehat{x}| \qquad \text{kalles absolutt feil}$$

$$\varepsilon_r^x := \frac{|x - \widehat{x}|}{|x|} \qquad \text{kalles relativ feil}$$

Spreding feil

La x og y være tall, og la $\widehat{x}$ og $\widehat{y}$ være tilnærmingene til x og y. Da

$$|(x + y) - (\widehat{x} + \widehat{y})| \leq \varepsilon^x + \varepsilon^y$$

$$\frac{|(x \cdot y) - (\widehat{x} \cdot \widehat{y})|}{|x \cdot y|} \leq \varepsilon_r^x + \varepsilon_r^y$$

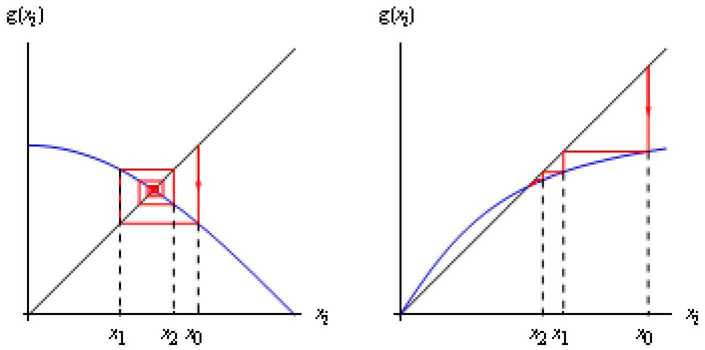
Fikspunktiterasjon

La $g(x)$ være en funksjon, da a kalles en *fikspunkt* til $g(x)$ hvis

$$\boxed{g(a) = a}$$

Fikspunktiterasjon:

$\boxed{x_0}$ $\boxed{x_1 = g(x_0)}$ $\boxed{x_2 = g(x_1)}$ $\boxed{x_{n+1} = g(x_n)}$



Konvergens setning

La $g(x)$ være en deriverbar funksjon på intervalet $[a, b]$, slik at $g([a, b]) \subseteq [a, b]$ og

$$|g'(x)| \leq \alpha < 1 \qquad \text{for alle } x \in [a, b]\,.$$

Hvis $x_0 \in [a, b]$ den fikspunktiterasjon konvergerer.

Newtons metode

La $f(x)$ være en deriverbar funksjon, da a kalles en nullpunkt til $f(x)$ hvis $f(a) = 0$.

Newtons metode: la

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

da en fikspunkt til $g(x)$ er en nullpunkt til $f(x)$.

Så vi bruker fikspunktiterasjon

x_0 $\quad$ $x_1 = g(x_0)$ $\quad$ $x_2 = g(x_1)$ $\quad$ $x_{n+1} = g(x_n)$