

## **TMA4130**

### **Partielle differensialligninger og bølgeligningen**

Eduard Ortega

Department of Mathematical sciences, NTNU

uke 36

La  $u(x, t)$  en funksjon med variable  $x$  og  $t$ .

Partielle deriverte

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = u_{xx}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u_t, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = u_{tt}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} = u_{tx} = u_{xt} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}$$

## Partielle differensialligninger (PDL)

$$u_t = c \cdot u_{xx} \quad c \text{ en konstant}$$

(varmeligningen)

$$u_{tt} = c \cdot u_{xx} \quad c \text{ en konstant}$$

(bølgeligningen)

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

(Laplaceligningen)

Det finnes uendelig løsninger!!

Vi trenger tilleggsbetingelser:

1. Initialbetingelser (starttidspunktet  $t = 0$ ).
2. Randbetingelser (randen av definisjonsområdet).

## Bølgeligningen



$$U_{tt} = c^2 \cdot U_{xx}$$

$a \leq x \leq b,$      $0 \leq t < \infty$     Definisjonsområdet

$u(a, t) = h(t)$     (Bevegelsen til venstre ende-punkt)

$u(b, t) = i(t)$     (Bevegelsen til høyre ende-punkt)

$u(x, 0) = f(x)$     (Start-fasongen på strengen)

$u_t(x, 0) = g(x)$     (Start-hastigheten til strengen)

## Separasjon av variable



$$u(x, y) = F(x) \cdot G(t)$$

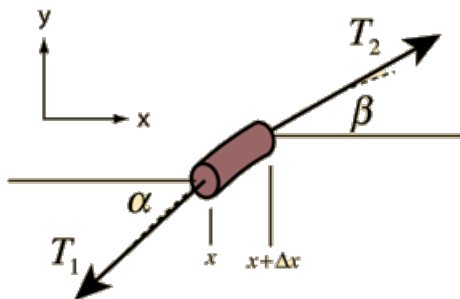
$$u_x = F'(x) \cdot G(t)$$

$$u_{xx} = F''(x) \cdot G(t)$$

$$u_t = F(x) \cdot G'(t)$$

$$u_{tt} = F(x) \cdot G''(t)$$

# Bølgeligningen



$\rho$  = mass per unit length

## Bølgeligningen



$$u_{tt} = c^2 \cdot u_{xx}$$

$$0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq t < \infty \quad \text{Definisjonsområdet}$$

$$u(0, t) = 0 \quad (\text{Ingen bevegelse til venstre ende-punkt})$$

$$u(L, t) = 0 \quad (\text{Ingen bevegelse til høyre ende-punkt})$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad (\text{Start-fasongen på strengen})$$

$$u_t(x, 0) = 0 \quad (\text{Strengen er stoppet i } t=0)$$