



1 La funksjonen $f(t)$ være definert ved

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 < t < 1, \\ (t-1)^2 & \text{for } t > 1, \end{cases}$$

og la $g(t) = \int_0^t f(\tau) \, d\tau$ for $t > 0$.

- a) Finn de Laplace-transformerte $F(s)$ og $G(s)$ til $f(t)$ og $g(t)$.
b) Bruk Laplace-transformasjonen til å løse differensialligningssystemet

$$\begin{aligned} x_1' + x_2 &= f(t) \\ x_1 - x_2' &= g(t) \end{aligned}$$

med startverdiene $x_1(0) = 0$ og $x_2(0) = 1$.

2 Er funksjonen

$$f(x) = \pi - |x| \quad (-\pi < x < \pi),$$

jevn eller odde? Finn Fourier-rekken til $f(x)$. Skissér grafen til $f(x)$ og summen av noen av leddene i den tilhørende Fourier-rekken.

3 Er funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} \pi e^{-x} & \text{for } -\pi < x < 0, \\ \pi e^x & \text{for } 0 < x < \pi, \end{cases}$$

jevn eller odde? Finn Fourier-rekken til $f(x)$. Skissér grafen til $f(x)$ og summen til noen av leddene i den tilhørende Fourier-rekken.

4 Løs integralligningen

$$y(t) = 1 - \int_0^t (t - \tau)y(\tau) \, d\tau, \quad t > 0.$$

5 a) La $f(x) = x(1 - x)$ for $0 \leq x \leq 1$. Finn Fourier-sinusrekken til $f(x)$.

b) Bestem summen av rekken $1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \dots$.