EULER BAKLENGS METODE

Vi studerer her eit 1.ordens ODE system i planet

koordinatar i planet : (y1,y2)
uavhengig variabel : x
initialbetingelse : y1(0) = y2(0) = 1
Vi skal bruke eit ikkje-autonomt vektorfelt med komponentar f1 og f2 :
(Merk: Bruk av indeksering er upraktisk med Maple, men y1 betyr altså y_1)

$f1 := (y1, y2) \rightarrow 2\cdot y1 - 3\cdot y2 + x$

$$(y1, y2) \rightarrow 2\,y1 - 3\,y2 + x \tag{1}$$

$f2 := (y1, y2) \rightarrow y1 + y2 - x$

$$(y1, y2) \rightarrow y1 + y2 - x \tag{2}$$

Skriv a $= y_{1,\,n+1}$ $y_{2,\,n+1}$ og b $= y_{2,\,n+1}$

\>

\# Vi må bestemme a og b ved hjelpav likninga

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y1n \\ y2n \end{bmatrix} + h\cdot \begin{bmatrix} \mathrm{f1}(a, b) \\ \mathrm{f2}(a, b) \end{bmatrix}$$

\#

$$= \begin{bmatrix} y1n \\ y2n \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} 2\,a & -3\,b \\ a & b \end{bmatrix} + (n+1)h \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

\> *# Resten går ut på å løyse dette lineære likningsystemet i 2 variable :*

\>

\> # $\begin{bmatrix} 1-2\,h & 3\,h \\ -h & 1-h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y1n + (n+1)h \\ y2n - (n+1)h \end{bmatrix}$

\> $C := \begin{bmatrix} 1-2\,h & 3\,h \\ -h & 1-h \end{bmatrix}^{-1}; B := \begin{bmatrix} y1n + (n+1)h \\ y2n - (n+1)h \end{bmatrix};$

$$C := \begin{bmatrix} -\dfrac{-1+h}{1-3\,h+5\,h^2} & -\dfrac{3\,h}{1-3\,h+5\,h^2} \\ \dfrac{h}{1-3\,h+5\,h^2} & -\dfrac{-1+2\,h}{1-3\,h+5\,h^2} \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} y1n + (n+1)\,h \\ y2n - (n+1)\,h \end{bmatrix} \tag{3}$$

\> $solution := C.B$

(4)

$$solution := \left[\begin{array}{c} -\frac{(-1+h)\,(y1n+(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2} - \frac{3\,h\,(y2n-(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2} \\ \frac{h\,(y1n+(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2} - \frac{(-1+2\,h)\,(y2n-(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2} \end{array}\right] \quad \textbf{(4)}$$

> $a := solution[1]; b := solution[2]$

$$a := -\frac{(-1+h)\,(y1n+(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2} - \frac{3\,h\,(y2n-(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2}$$

$$b := \frac{h\,(y1n+(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2} - \frac{(-1+2\,h)\,(y2n-(n+1)\,h)}{1-3\,h+5\,h^2} \quad \textbf{(5)}$$

> **#no har vi ein formel for a og b.Merk at h inngår på ein ganske komplisert måte. Det er typisk for Euler baklengs. La oss teste ut med h = 0.1 og med 3 steg :**

> $h := 0.1$

$$h := 0.1 \quad \textbf{(6)}$$

> $y1n, y2n := 1, 1; n := 0$

$$y1n, y2n := 1, 1$$
$$n := 0 \quad \textbf{(7)}$$

> a, b

$$0.9600000000, 1.106666667 \quad \textbf{(8)}$$

> $y1n, y2n := a, b; n := 1; a, b$

$$y1n, y2n := 0.9600000000, 1.106666667$$
$$n := 1$$
$$1.029333333, 1.121777778 \quad \textbf{(9)}$$

> $y1n, y2n := a, b; n := 2; a, b$

$$y1n, y2n := 1.029333333, 1.121777778$$
$$n := 2$$
$$1.266488889, 1.053807408 \quad \textbf{(10)}$$

> $y1n, y2n := a, b; n := 3; a, b$

$$y1n, y2n := 1.266488889, 1.053807408$$
$$n := 3$$
$$1.738263704, 0.9195930873 \quad \textbf{(11)}$$

>

>