TMA4123/TMA4125 – Matematikk 4M/4N

Uke 5

31.01.2013

Sist uke: Fourierrekker på kompleks form

Fourierrekken

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$$

kan skrives som

Fourierrekker på kompleks form

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx},$$

der koeffisientene c_n er gitt ved

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} \, \mathrm{dx} .$$

Sist uke: Approksimasjon med fourierrekker

Betrakt approksimasjonen

$$f(x) \approx S_N(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

der $S_N(x)$ er delsummer av Fourierrekken til f.

Sist uke: Approksimasjon med fourierrekker

Betrakt approksimasjonen

$$f(x) \approx S_N(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

der $S_N(x)$ er delsummer av Fourierrekken til f.

Hvor god er den?

Sist uke: Approksimasjon med fourierrekker

Betrakt approksimasjonen

$$f(x) \approx S_N(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

der $S_N(x)$ er delsummer av Fourierrekken til f.

Hvor god er den?

Det er den **beste** approksimasjonen til f ved hjelp av trigonometriske rekker av grad N!

Sist uke: Approksimasjon med fourierrekker

Betrakt approksimasjonen

$$f(x) \approx S_N(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

der $S_N(x)$ er delsummer av Fourierrekken til f.

Hvor god er den?

Det er den **beste** approksimasjonen til f ved hjelp av trigonometriske rekker av grad N!

Dvs. den minimerer

$$E = \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - F(x)|^2 \,\mathrm{dx}$$

Sist uke: Parsevals identitet

Parsevals identitet

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 \, \mathrm{dx} = \pi \left[2a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 \right]$$

Sist uke: Parsevals identitet

Parsevals identitet

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 \, \mathrm{dx} = \pi \left[2a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 \right]$$

På kompleks form:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 \, \mathrm{dx} = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

Sist uke: Parsevals identitet

Parsevals identitet

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 \, \mathrm{dx} = \pi \left[2a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 \right]$$

På kompleks form:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 \, \mathrm{dx} = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

Idé bak bevis: multipliser

$$\left(\sum c_k e^{inx}\right) \cdot \left(\sum \bar{c}_k e^{-ikx}\right),$$

integrer, og bruk ortogonalitet.

Denne uken (og neste torsdag)

FOURIERTRANSFORMASJONEN

– fra periodiske til ikke-periodiske funksjoner

(i) Definisjon av fouriertransformasjonen og dens inverse
(ii) Viktige eksempler
(iii) Viktige egenskaper
(iv) Konvolusjon
(v) Snuse litt på anvendelser