

# Matematikk 4 TMA4123M og TMA 4125N

20. Mai 2011

Løsningsforslag med utfyllende kommentarer

## Oppgave 1

Funksjonen  $f(x) = \sin x$ , definert på intervallet  $[0, \pi]$ , skal utvides til en odde funksjon,  $g$ , og en like funksjon,  $h$ , begge med periode  $2\pi$ .

(a) Skissér funksjonene  $g$  og  $h$  på intervallet  $[-2\pi, 2\pi]$ , og angi, uten å regne, fourierrekken for  $g$ .

(b) Vis at fourierrekken for  $h$  kan skrives

$$\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2 - 1} \cos 2kx,$$

og bestem summen av rekkene

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2 - 1} \text{ og } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)^2 - 1}.$$

(Vink:  $\int_0^\pi \sin x \cos nx dx = -\frac{2}{(n-1)(n+1)}$ ,  $n = 2, 4, \dots$ ;  $= 0$ ,  $n = 1, 3, \dots$ )

### Løsning:

(a) Vi ser at utvidelsen av  $f$  til en odde,  $2\pi$ -periodisk funksjon nettopp blir  $\sin x$ . Dermed blir fourierrekken for  $g(x)$  ingenting annet enn  $\sin x$ .

Funksjonen  $h(x)$  defineres på  $[-\pi, 0]$  som  $h(x) = \sin(-x) = |\sin x|$ . Det siste uttrykket kan benyttes for alle  $x$ , med andre ord,  $h(x) = |\sin x|$ . Funksjonene er vist på Fig. 1.

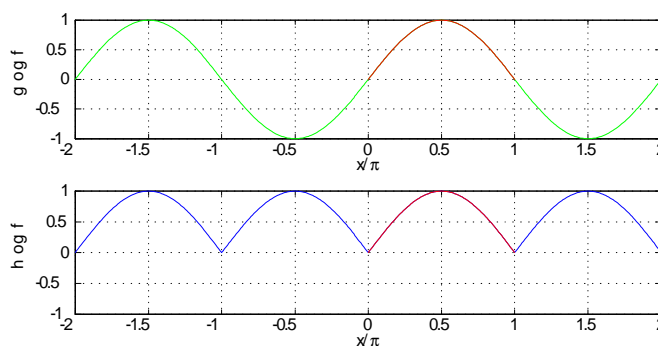


Figure 1: Funksjonen  $g$  og  $f$  (øverst), og  $h$  og  $f$  (nederst).

(b) Siden  $h$  er en like funksjon med periode  $2\pi$ , blir det bare snakk om å finne cos-rekken. For  $a_0$  får vi

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} h(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin x dx = \frac{2}{\pi}.$$

På samme måte finner vi  $a_n$  for  $n = 2, 4, \dots$  ved bruk av den oppgitte formelen:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin x \cos nx dx \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin x \cos nx dx \\ &= \frac{2}{\pi} \left( -\frac{2}{(n-1)(n+1)} \right). \end{aligned}$$

Merk at  $a_n$  for  $n = 1, 3, \dots$  er oppgitt til å være lik 0, slik at

$$h(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} \cos nx = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2-1} \cos 2kx.$$

For  $x \in [0, \pi]$  er  $h(x) = f(x) = \sin x$ . For  $x = 0$  finner vi spesielt

$$0 = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2-1} \cos 0,$$

og dermed

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2-1} = \frac{1}{2}.$$

Denne summen kan alternativt finnes direkte uten bruk av fourierrekke ved å observere at  $\frac{1}{n^2-1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right)$  og skrive

$$\sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right) = \frac{1}{2}.$$

For den andre summen ser vi først at

$$\cos 2k \left( \frac{\pi}{2} \right) = \cos k\pi = (-1)^k,$$

og kan dermed sette opp

$$h\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1 = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2-1} (-1)^k.$$

Følgelig blir

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)^2-1} = -\frac{\pi-2}{4} \approx -0.2854.$$

## Oppgave 2

Det oppgis at fouriertransformen til funksjonen  $\frac{\sin ax}{x}$  (for  $a > 0$ ) er  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$  hvis  $|\omega| < a$ , og 0 hvis  $a < |\omega|$ .

(a) Vis at

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi,$$

og

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x} \cos x \, dx = \begin{cases} \pi, & a > 1, \\ \pi/2 & a = 1, \\ 0 & a < 1. \end{cases}$$

(b) Et filter foretar en konvolusjon med funksjonen

$$h_a(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\sin ax}{x} (a > 0)$$

på alle signaler (funksjoner)  $f(x)$  som kommer inn til filteret, og sender resultatet av konvolusjonen,  $g = h_a * f$ , ut.

Forklar hva som har skjedd med fouriertransformen til signalet etter at det har passert filteret. (Vink: Sjekk fouriertransformen til  $h_a$ ).

**Løsning:**

(a) Definisjon av fouriertransformen gir oss

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x} e^{-i\omega x} \, dx = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{2}}, & |\omega| < a, \\ 0, & a < |\omega| \end{cases} \quad (1)$$

Hvis vi setter  $a = 1$  og  $\omega = 0$ , får vi

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} \, dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

og følgelig blir

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} \, dx = \pi.$$

For det neste integralet må vi benytte at  $\frac{\sin ax}{x}$  er en like funksjon, og vi kan dermed forenkle FT ved å observere at

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x} e^{-i\omega x} \, dx &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x} (\cos \omega x - i \sin \omega x) \, dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x} \cos \omega x \, dx. \end{aligned}$$

Hvis vi lar  $\omega = 1$  vil, etter lign. 1,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x} \cos x \, dx = \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{\pi}{2}} = \begin{cases} \pi, & 1 < a, \\ 0, & a < 1 \end{cases}$$

Det gjenstår å sjekke  $a = 1$ , men her observerer vi at

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} \cos x \, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{2x} \frac{1}{2} d(2x) \stackrel{t=2x}{=} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} \, dt = \frac{\pi}{2}.$$

(b) Fra den oppgitte fouriertransformen ser vi at

$$\mathcal{F}\left(\frac{1}{\pi} \frac{\sin ax}{x}\right) = \frac{1}{\pi} \times \sqrt{\frac{\pi}{2}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} & \text{for } |\omega| < a, \\ 0 & \text{for } |\omega| > a. \end{cases}$$

Dette betyr at FT til  $g = h_a * f$  vil være

$$\hat{g}(\omega) = \sqrt{2\pi} \hat{h}_a(\omega) \hat{f}(\omega) = \begin{cases} \hat{f}(\omega), & |\omega| < a, \\ 0, & a < |\omega|. \end{cases}$$

Filteret "kapper av" FT til signalet utenfor intervallet  $[-a, a]$  (Dette kalles en *lavpassfiltrering* av signalet).

Legg merke til at alle funksjoner  $f$  der  $\hat{f}(\omega)$  er null for  $|\omega| \geq a$  går uforandret gjennom filteret. Vi kan også observere at

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{h}_a(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

for alle  $\omega$ . En kan derfor si at grensen for  $h_a$  når  $a \rightarrow \infty$  må være *deltafunksjonen*,  $\delta(x)$ , siden  $\hat{\delta}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$  for alle  $\omega$ .

### Oppgave 3

(a) Finn alle (ikke-trivielle) løsninger av differensialligningen

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad 0 \leq t, \quad 0 \leq x \leq L, \quad (2)$$

på formen  $G(t)F(x)$ , der  $G(0) = 1$ , og  $F(0) = F(L) = 0$ .

(b) En tynn stav ligger langs  $x$ -aksen fra  $x = 0$  til  $x = L$ . Temperaturen i staven,  $u(x, t)$ , tilfredsstiller samme ligning som i (a). Temperaturen ved  $x = 0$  er lik 0, mens temperaturen ved  $x = L$  er lik  $T$  ( $\neq 0$ ), dvs.  $u(0, t) = 0$ ,  $u(L, t) = T$ ,  $0 \leq t$ .

Angi en enkel løsning for temperaturen i staven som er uavhengig av tiden.

Vi antar nå videre at staven for  $t = 0$  har temperatur

$$u(x, 0) = \frac{Tx}{L} + \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{L}.$$

Finn, ved å benytte resultatet i (a) eller en annen måte, temperaturen i staven for  $0 \leq x \leq L$ ,  $0 \leq t$ .

### Løsning

(a) Dette er et standard problem med separasjon av variable, der vi først fører inn  $G$  og  $F$  i ligningene,

$$F(x)G'(t) = F''(x)G(t),$$

og får

$$\frac{G'(t)}{G(t)} = \frac{F''(x)}{F(x)} = k,$$

eller

$$G'(t) - kG(t) = 0, \quad G(0) = 1, \quad (3)$$

$$F''(x) - kF(x) = 0, \quad F(0) = F(L) = 0. \quad (4)$$

Hvis  $k > 0$ , vil generell løsning av lign. 4 være

$$F(x) = A \cosh(\sqrt{k}x) + B \sinh(\sqrt{k}x).$$

Siden  $F(0) = 0$  må  $A = 0$ , men  $\sinh(\sqrt{k}x) \neq 0$  for alle  $x \neq 0$ , og dette fører til siden  $F(L) = 0$ , at også  $B = 0$ , dvs. null-løsningen. Det samme gjelder for  $k = 0$ . Følgelig trenger vi  $k < 0$  for å få akseptable løsninger forskjellig fra 0, og prøver da som vanlig  $k = -p^2$ . Generell løsning av lign. 4 blir

$$F(x) = A \cos px + B \sin px,$$

der  $A$  må være 0 siden  $F(L) = 0$ . Hvis vi også krever  $F(0) = 0$ , må i tillegg

$$\sin(pL) = 0.$$

Vi får dermed at mulige  $p$ -er og tilhørende funksjoner (egenverdier og egenfunksjoner) er

$$p_n = \frac{n\pi}{L},$$

$$F_n(x) = \sin(p_n L) = \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Ligningene for  $G(t)$  blir

$$G'(t) + p_n^2 G(t) = 0, \quad n = 1, 2, \dots,$$

og med  $G(0) = 1$ , finner vi

$$G_n(t) = \exp(-p_n^2 t) \exp\left(-\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t\right), \quad n = 1, 2, \dots$$

Alle ikke-trivielle løsninger på denne formen blir altså

$$C_n \exp\left(-\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t\right) \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

der  $\{C_n\}$  er vilkårlige konstanter.

(b) En tidsuavhengig (stasjonær) løsning  $u_s(x)$  er uavhengig av  $t$  og må følgelig tilfredsstillе ligningen

$$\frac{d^2 u_s}{dx^2} = 0,$$

dvs.  $u_s(x) = A + Bx$ . Betingelsene  $u(0) = 0$  og  $u(L) = T$  gir oss dermed at

$$u_s(x) = \frac{xT}{L}.$$

Generell løsning kan nå skrives på formen

$$u(x, t) = u_s(x) + v(x, t),$$

der  $v(x, t)$  er en løsning av lign. 2 med  $v(0, t) = v(L, t) = 0$ , med andre ord, en kombinasjon av løsningene i (a). Siden den gitte startbetingelsen allerede inneholder  $u_s$ , blir startbetingelsen for  $v(x, t)$  bare

$$v(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{L},$$

og temperaturen i staven kan dermed leses direkte ut fra resultatet i (a) som

$$u(x, t) = T \frac{x}{L} + e^{-(\frac{\pi}{L})^2 t} \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{1}{3} e^{-(\frac{3\pi}{L})^2 t} \sin \frac{3\pi x}{L}.$$

Som forventet vil

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = T \frac{x}{L} = u_s(x).$$

Alternativt kan oppgaven løses ved å *tippe* at vi *kanskje* har en løsning på formen

$$u_s(x) + G_1(t) \sin \frac{\pi x}{L} + G_3(t) \sin \frac{3\pi x}{L},$$

og deretter enkelt finne  $G_1$  og  $G_3$  fra direkte innsetting i ligningen.

## Oppgave 4 (for TMA4125N)

(a) Vis at den inverse Laplace-transformen til

$$Y(s) = \frac{7}{(s-3)^2} + \frac{s}{(s-3)^2}$$

er

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(Y)(t) = e^{3t} + 10te^{3t}.$$

(b) Løs initialverdi problemet

$$y'' - 6y' + 9y = 0, \quad y'(0) = y(0) = 1.$$

**Løsning:**

(a) Vi har at  $\mathcal{L}(e^{3t}) = F(s) = \frac{1}{s-3}$ , samt at  $\mathcal{L}(tf(t)) = -F'(s) = \frac{1}{(s-3)^2}$ . Dermed blir

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{7}{(s-3)^2}\right)(t) = 7te^{3t}.$$

Videre kan vi benytte derivasjonsregelen,  $sF(s) = \mathcal{L}(f') + f(0)$ . Med  $F(s) = \frac{1}{(s-3)^2}$  og  $f(t) = te^{3t}$  finner vi

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(s\frac{1}{(s-3)^2}\right)(t) = \frac{d(te^{3t})}{dt} + 0 = e^{3t}(3t+1).$$

Tilslutt får vi

$$y(t) = f(t) + g(t) = 7te^{3t} + e^{3t}(3t+1) = e^{3t} + 10te^{3t}.$$

Alternativt kan vi også finne  $y$  ved å observere at

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{7}{(s-3)^2} + \frac{s}{(s-3)^2} = 10\frac{1}{(s-3)^2} + \frac{s-3}{(s-3)^2} \\ &= 10\frac{1}{(s-3)^2} + \frac{1}{s-3}, \end{aligned}$$

og dermed,

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(10\frac{1}{(s-3)^2} + \frac{1}{s-3}\right)(t) = 10te^{3t} + e^{3t}.$$

(b) Vi starter med å laplacetransformere ligningen og føre inn startbetingelsene:

$$\mathcal{L}(y'' - 6y' + 9y)(s) = (s^2Y(s) - s - 1) - 6(sY(s) - 1) + 9Y(s) = 0.$$

Dermed finner vi etter opprydding

$$Y(s) = \frac{s-5}{s^2-6s+9} = \frac{s-5}{(s-3)^2}.$$

Delbrøkkoppspaltningen gir oss

$$\frac{A}{s-3} + \frac{B}{(s-3)^2} = \frac{A(s-3) + B}{(s-3)^2} = \frac{s-5}{(s-3)^2},$$

og dermed  $A = 1$  og  $B = -2$ . Ved hjelp fra (a) gir dette

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-3} - \frac{2}{(s-3)^2}\right)(t) = e^{3t} - 2te^{3t},$$

som også stemmer ved innsetting i ligningen og startbetingelsene.

## Oppgave 5 for TMA4125, 4 for TMA4123

(a) Finn interpolasjonspolynomiet av lavest mulig grad som går gjennom  $(x, y)$ -punktene

$$(0, 1), (1, 2), (2, 5).$$

(b) Vis hvordan en ved hjelp av polynomiet i (a) og et Lagrange interpolasjonspolynom som er 0 i  $x = 0, 1, 2$ , og 1 i  $x = 3$ , kan lage et polynom som i tillegg til punktene i (a) også går gjennom punktet  $(3, 16)$ .

### Løsning

(a) Vi har gitt tre punkter, og generelt vil da polynomiet være en parabel,  $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ . De oppgitte punktene gir oss systemet

$$\begin{aligned}a_0 + a_1 \cdot 0 + a_2 \cdot 0 &= 1, \\a_0 + a_1 \cdot 1 + a_2 \cdot 1 &= 2, \\a_0 + a_1 \cdot 2 + a_2 \cdot 4 &= 5,\end{aligned}$$

som umiddelbart gir oss  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1$ , med andre ord,  $p_2(x) = 1 + x^2$  (Kan alternativt løses med Lagrange-interpolasjon eller ses direkte).

(b) Lagrangepolynomiet som er 0 i  $x = 0, 1, 2$  og 1 i  $x = 3$ , er

$$L(x) = \frac{x(x-1)(x-2)}{3(3-1)(3-2)} = \frac{1}{6}x(x-1)(x-2).$$

Vi kan kombinere  $p_2$  og  $L_4$  til et nytt polynom,  $p_3(x)$ , som har verdien 16 for  $x = 3$ . Alle polynomer på formen

$$p_2(x) + cL(x), \quad c \in \mathbb{R},$$

går gjennom punktene gitt i (a). Av disse vil spesielt

$$p_3(x) = p_2(x) + (16 - p_2(3))L(x)$$

også gå gjennom  $(3, 16)$ . Hvis vi setter inn for  $p_2$  og  $L$ , får vi

$$p_3(x) = 1 + x^2 + (16 - 1 - 9) \frac{1}{6}x(x-1)(x-2) = 1 + 2x - 2x^2 + x^3.$$

## Oppgave 6 TMA4125, Oppgave 5 TMA4123

Midt inne i en rett, massiv murvegg vil temperaturen være  $\frac{T_1+T_2}{2}$ , der  $T_1$  er temperaturen på utsiden og  $T_2$  temperaturen på innsiden av veggen. Men hva blir temperaturen midt inne i veggen i et rett hjørne? For å finne ut mer, har vi konstruert testproblemet skissert på figur 1.

Temperaturen på alle sidenodene er som angitt, mens den er ukjent i de indre nodene. Hva kan vi si om  $u_{ij}$  og  $u_{ji}$  for de indre nodene? Bestem, ved å bruke fem-punktsapproksimasjonen for  $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ , temperaturene  $u_{11}$ ,  $u_{21}$  og  $u_{31}$ .

### Løsning

Det er klart at problemet er symmetrisk, slik at for de angitte indre nodene vil  $u_{12} = u_{21}$  og  $u_{13} = u_{31}$ . Dermed kan vi sette  $u_{11} = X$ ,  $u_{21} = u_{12} = Y$ , og  $u_{31} = u_{13} = Z$ . Fempunktsapproksimasjonen, som her kan skrives

$$\nabla^2(u_c) \approx \frac{u_V + u_N + u_\emptyset + u_S - 4u_c}{h^2} = 0,$$

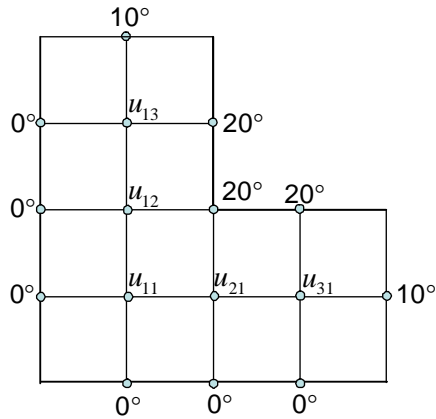


Figure 2: Numerisk nett for et utsnitt av hjørnet.

gir oss skjemaet

$$4u_c = u_V + u_N + u_0 + u_S,$$

og følgende tre ligninger

$$4X = 2Y,$$

$$4Y = X + 20 + Z + 0,$$

$$4Z = Y + 20 + 10 + 0,$$

med løsning

$$X = u_{11} = \frac{55}{13} \approx 4.23,$$

$$Y = u_{21} = \frac{110}{13} \approx 8.46,$$

$$Z = u_{31} = \frac{125}{13} \approx 9.62.$$

## Oppgave 6 for TMA4123

(a) Vi har definert følgende variable i Matlab:

A:  $2 \times 3$  matrise,

B:  $3 \times 5$  matrise,

b:  $3 \times 1$  kolonnevektor,

c:  $1 \times 3$  radvektor.

Angi med Ja/Nei og en kort kommentar hvilke operasjoner som er lovlige i Matlab:

(1)  $A*B$ , (2)  $A.*B$ , (3)  $B'*A'$ , (4)  $A*b$ , (5)  $c*b$ , (6)  $b*c$ , (7)  $b.*c'$ , (8)  $A.^2$ , (9)  $\cos(A)$ ,  
 (10)  $A(2,:) * c$ .

(b) Forklar Matlab-skriptet og funksjonen som er gitt i figur 3.

### Løsning

(a) I Matlab har vi at



```

x = -4; %1
S = 0; %2
for j = 1:10 %3
    x0 = x; %4
    [g,dg] = fdf(x); %5
    x = x0 - g/dg; %6
    if abs(x-x0) < 1.0e-10 %7
        S = 1; %8
        'Solution:' , x , j %9
        break %10
    end %11
end %12
if S == 0 %13
    'No acceptable solution' %14
end %15

function [f,df] = fdf(x) %16
f = 2 - 3*x + 2*x^2 + x^3; %17
df= -3 + 4*x + 3*x^2; %18

```

Figure 3: Matlab-kode.

- alle lovlige matriseparasjoner er akseptable for ”\*”.
- elementvise operasjoner (for eksempel ”.\*” og ”.^”) krever *samme form* på begge sider.

Dermed blir:

1. JA (Vanlig matriseprodukt)
2. Nei (Ulik form)
3. JA (Vanlig matriseprodukt,  $(A * B)' = B' * A'$ )
4. JA (Matrise mult. med passende kolonnevektor)
5. JA (Skalarprodukt)
6. JA ( $3 \times 3$ -matrise!)
7. JA (Elementvis produkt)
8. JA (Elementvis 2.potens)
9. JA (Matrisen  $\{\cos a_{ij}\}$ )
10. NEI (Både  $A(2, :)$  og  $c$  er  $3 \times 1$ )

(b) Koden beregner en løsning av 3. gradsligningen  $f(x) = 2 - 3x + 2x^2 + x^3 = 0$  vha. Newton-Raphsons metode. Iterasjonen stopper etter 10 iterasjoner, eller når forskjellen mellom to iterasjonsverdier er mindre enn  $10^{-10}$ . Forklaring på koden:

```
x = -4; % Startverdi
S = 0; % Nullstiller indikator for iterasjonen
for j = 1:10 % Start på iterasjonsløkke.
    x0 = x; % Tar vare på gammel verdi
    [g,dg] = fdf(x); % Kaller ekstern funksjon for f(x) og f'(x)
    x = x - g/dg; % Newton-iterasjon
    if abs(x-x0) < 1.0e-10 % Sjekker endringen i løsningen
        S = 1; % Setter indikator for akseptabel løsning
        'Solution:' , x , j % Skriver ut løsningen
        break % Stopper loopen
    end % Slutt if-statement
end % Slutt loop
if S == 0 % Sjekker indikator
    'No acceptable solution' %
end %
function [f,df] = fdf(x) % Matlab-funksjon for f(x) og f'(x)
f = 2 - 3*x +2*x^2+x^3; % Funksjon
df= -3 +4*x + 3*x^2; % Derivert
```